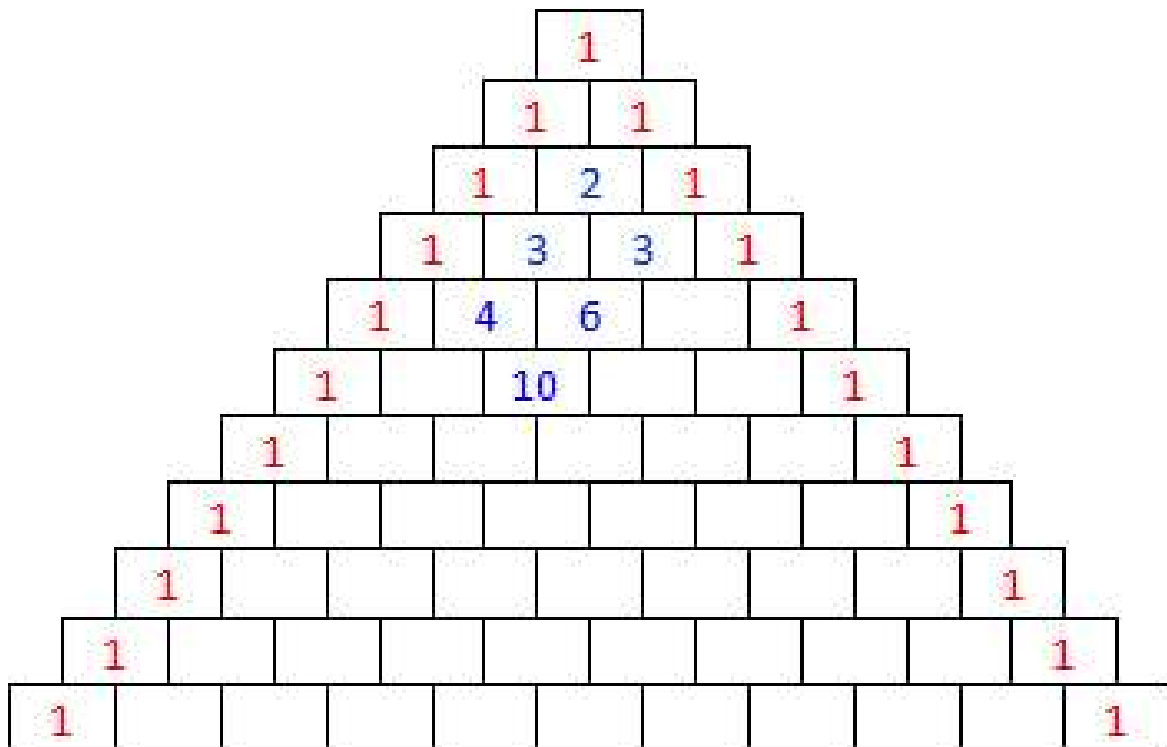


# Figurtall



Målet for opplæringen er at eleven skal kunne:

- identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til utforskning og generalisering

## Å se etter mønster

Dersom vi skriver tall i en ordnet liste, kalles dette en **tallfølge**, og tallene i en **tallfølge** danner et bestemt **mønster**. Dersom vi forstår **mønsteret** i en **tallfølge** kan vi forutsi det både det neste tallet i **tallfølgen**, og et tall lengre ut i lista.

**Tallfølger** kan ofte **representeres geometrisk** ved at vi lager en **figur** til hvert av tallene i lista. Derfor bruker vi gjerne ordet **figurtall** om slike **tallfølger**.

**Figurtall er en tallfølge som er representert geometrisk**

Din oppgave er å finne **mønsteret** i slike **tallfølger**, og beskrive dette **mønsteret** ved gjennom en **formel**.

Hver **figur** i en **tallfølge** har et **figurnummer**. Den første **figuren** kalles **figur nummer 1**, som skrives  $F_1$ . Den neste figuren kalles  $F_2$ . Deretter følger  $F_3$  osv.

I **formler** som brukes til å beskrive **mønster** er det vanlig å benytte **variabelen**  $n$ , og ikke  $x$  som ble brukt i forrige kapittel. Derfor vil du se at vi bruker  $n$  når vi skal beskrive et ukjent **figurnummer**, som skrives  $F_n$ .

Når du har funnet **mønsteret** i en **tallfølge**, kan du bli bedt om å finne

- Det neste tallet eller den neste **figuren** i **tallfølgen**
- Et tall eller en **figur** lengre ut i lista
- **Summen** av alle tall eller **figurer** i **tallfølgen** frem til et bestemt nummer i lista

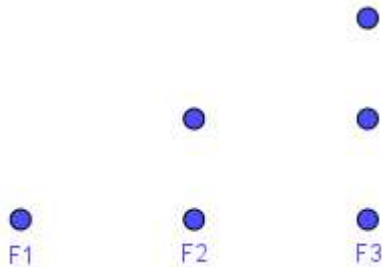
Å se etter **mønster** i **figurtall** har vi mennesker drevet med i hvert fall 2 500 år. Kilder kan fortelle oss at greske matematikere formet **figurene** i **figurtall** med steiner i sanden. Ordet *kalkulere* kommer fra det latinske ordet *calculus*, som betyr liten stein. Derfor finnes det en stor mengde ulike **mønstre**, og langt flere enn vi skal jobbe med i 1P. Du har kanskje hørt om Fibonacci's **tallfølge** eller Pascals trekant? Dersom du har interesse for å utforske **mønster** finnes det mye du kan søke opp.

I dette kapitlet presenterer vi de grunnleggende **mønstrene**; **lineær utvikling**, **kvadrattall**, **rektangeltall**, og **trekantall**. Når du behersker disse **mønstrene** vil du kunne utforske **figurer** som er satt sammen av flere typer **mønster**.

# Naturlige tall – lineær utvikling

## Oppgave 1

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

---

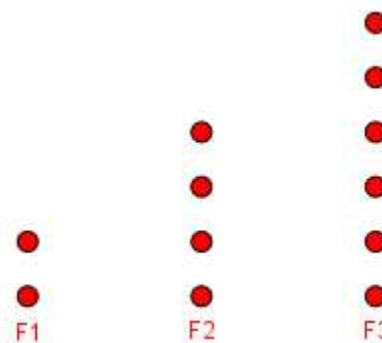
Hvor mange prikker vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange prikker vil det være i  $F_{10}$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 20 prikker? \_\_\_\_\_

## Oppgave 2

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

---

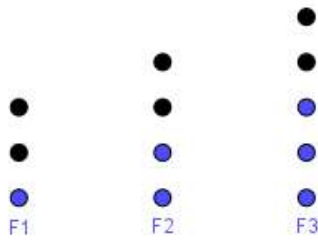
Hvor mange prikker vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange prikker vil det være i  $F_{20}$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 36 prikker? \_\_\_\_\_

### Oppgave 3

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

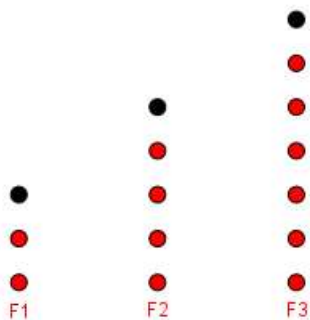
Hvor mange prikker vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange prikker vil det være i  $F_{15}$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 52 prikker? \_\_\_\_\_

### Oppgave 4

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

Hvor mange prikker vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

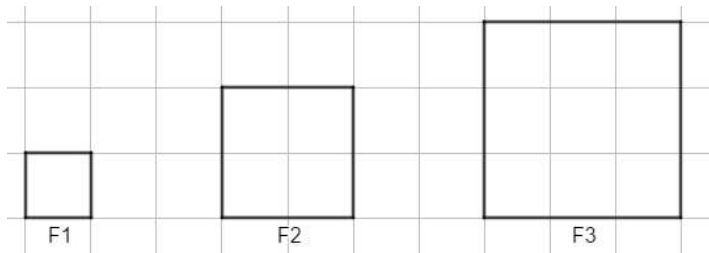
Hvor mange prikker vil det være i  $F_8$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 61 prikker? \_\_\_\_\_

# Kvadrattall

## Oppgave 5

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

Hvor mange ruter vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

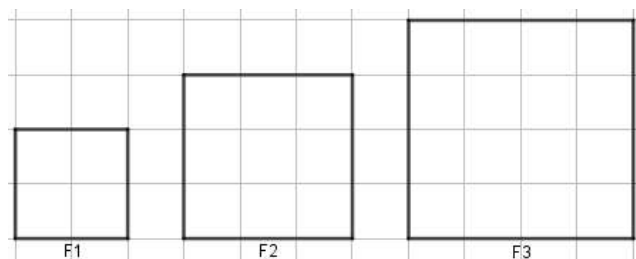
Hvor mange ruter vil det være i  $F_{12}$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 81 ruter? \_\_\_\_\_

## En mer eller en mindre; $(n+1)$ eller $(n-1)$

I noen oppgaver har vi behov for å uttrykke 1 mer eller 1 mindre enn figurnummert når vi skal beskrive en figurutvikling. Matematisk skrives dette som  $(n+1)$  eller  $(n-1)$ . Dette vil vi få bruk for når vi skal regne rektangeltall, trekantall eller dersom det er en forskyvning slik som i oppgave 6 og 7.

## Oppgave 6



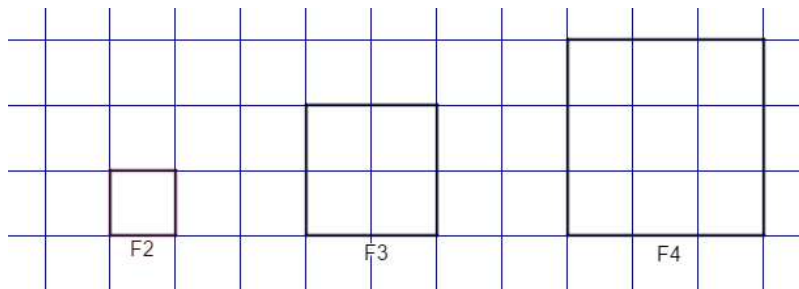
Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

Hvor mange ruter vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være i  $F_9$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 81 ruter? \_\_\_\_\_

### Oppgave 7



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

Hvor mange ruter vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være i  $F_7$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være i  $F_1$ ? \_\_\_\_\_

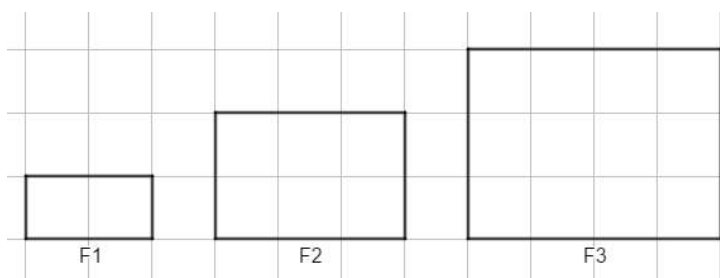
Hvilket figurnummer er det største du kan lage av 140 ruter? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være til sammen i de 10 første figurene? \_\_\_\_\_

## Rektangeltall

### Oppgave 8

Tegn figurnummer 4 her:



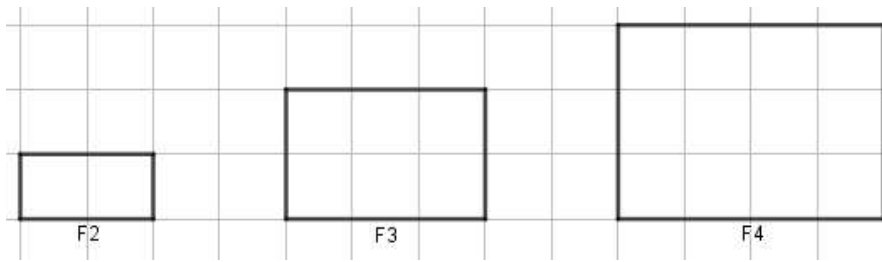
Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

Hvor mange ruter vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være i  $F_{100}$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 420 ruter? \_\_\_\_\_

## Oppgave 9



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

---

Hvor mange ruter vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være i  $F_{10}$ ? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være  $F_1$ ? \_\_\_\_\_

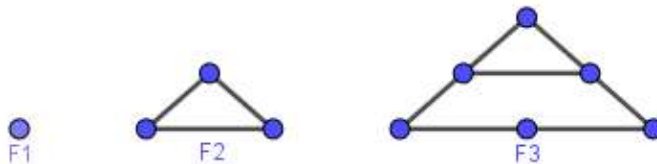
Hvilket figurnummer er det største du kan lage av 200 ruter? \_\_\_\_\_

Hvor mange ruter vil det være til sammen i de 15 første figurene? \_\_\_\_\_

## Trekanttall

### Oppgave 10

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

---

Hvor mange prikker vil det være i  $F_n$ ? \_\_\_\_\_

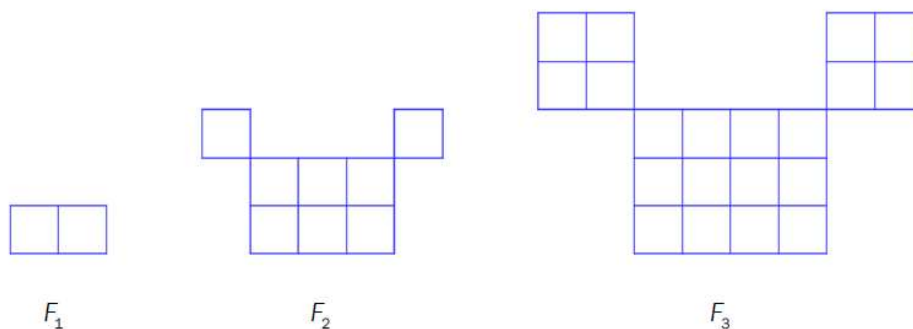
Hvor mange prikker vil det være i  $F_{50}$ ? \_\_\_\_\_

Hvilket figurnummer kan du lage av 325 prikker? \_\_\_\_\_

Hvor mange prikker vil det være til sammen i de 20 første figurene? \_\_\_\_\_

## Sammensatte figurer

### Oppgave 11

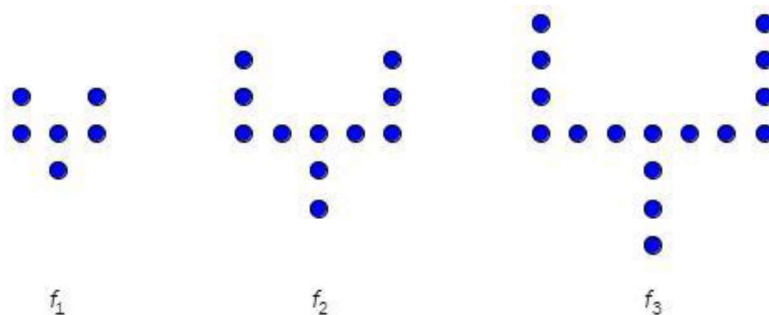


Snorre lager figurer av kvadratiske klosser etter et fast mønster.

Ovenfor ser du figur  $F_1$ ,  $F_2$  og  $F_3$ .

Hvor mange klosser må han bruke for å bygge de 10 første figurene?

### Oppgave 12

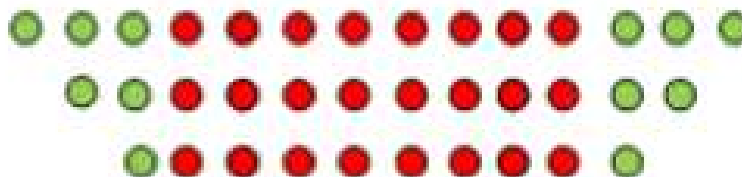


Siri lager figurer av runde perler. Figurene ovenfor har hun kalt  $f_1$ ,  $f_2$  og  $f_3$ .

Hvor mange perler må hun bruke for å lage de 50 første figurene?

### Oppgave 13

I en teatersal der det 580 plasser. På første stolrad er det 10 plasser. På andre stolrad er det 12 plasser, og på tredje stolrad er det 14 plasser. Se figuren nedenfor.

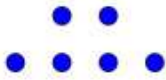


Slik fortsetter det å øke med to plasser for hver stolrad bakover i salen.

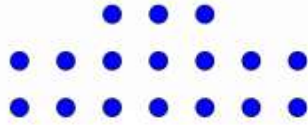
Hvor mange stolrader er det i salen?



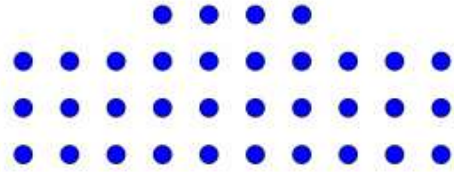
### Oppgave 14



Figur 1



Figur 2

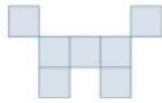


Figur 3

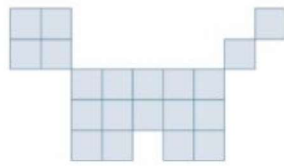
Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små sirkler. Dina vil fortsette å tegne figurer etter samme mønster.

Hvor mange små sirkler er det til sammen i de 100 første figurene?

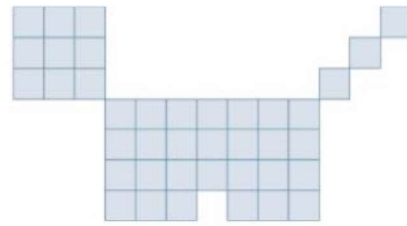
### En eksamensoppgaver



Figur 1



Figur 2



Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små kvadrater.

Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- Lag en algoritme som du kan bruke til å bestemme hvor mange små kvadrater du totalt trenger for å lage de 100 første figurene.
- Bruk algoritmen og bestem hvor mange små kvadrater du trenger.

## Løsningsforslag

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
1	a) $F_n = n$ antall prikker b) $F_{10} = 10$ prikker c) 20 prikker = $F_{20}$	7	a) $F_n = (n-1)^2$ ant. ruter b) $F_7 = 36$ ruter c) $F_1 = 0$ ruter d) 121 ruter = $F_{12}$
2	a) $F_n = 2n$ antall prikker b) $F_{20} = 40$ prikker c) 36 prikker = $F_{36}$	8	a) $F_n = n \cdot (n+1)$ ant. ruter (= $n^2 + n$ ) b) $F_{100} = 10100$ ruter c) 420 ruter = $F_{20}$
3	a) $F_n = n+2$ ant. prikker b) $F_{15} = 17$ prikker c) 52 prikker = $F_{25}$	9	a) $F_n = n \cdot (n-1)$ ant. ruter (= $n^2 - n$ ) b) $F_{10} = 90$ ruter c) $F_1 = 0$ ruter d) 182 ruter = $F_{14}$
4	a) $F_n = 2n+1$ ant. prikker b) $F_8 = 17$ prikker c) 61 prikker = $F_{30}$		10
5	a) $F_n = n^2$ antall ruter b) $F_{12} = 144$ ruter c) 81 ruter = $F_9$		
6	a) $F_n = (n+1)^2$ ant. ruter b) $F_9 = 100$ ruter c) 81 ruter = $F_8$		

	A	B		A	B
1	Oppgave 7		1	Oppgave 7	
2	Figur nr	Antall ruter	2	Figur nr	Antall ruter
3	1	0	3	1	=(A3-1)^2
4	2	1	4	2	=(A4-1)^2
5	3	4	5	3	=(A5-1)^2
6	4	9	6	4	=(A6-1)^2
7	5	16	7	5	=(A7-1)^2
8	6	25	8	6	=(A8-1)^2
9	7	36	9	7	=(A9-1)^2
10	8	49	10	8	=(A10-1)^2
11	9	64	11	9	=(A11-1)^2
12	10	81	12	10	=(A12-1)^2
13	Sum	285	13	Sum	=SUMMER(B3:B12)

	A	B		A	B
1	Oppgave 9		1	Oppgave 9	
2	Figur nr	Antall ruter	2	Figur nr	Antall ruter
3	1	0	3	1	=A3*(A3-1)
4	2	2	4	2	=A4*(A4-1)
5	3	6	5	3	=A5*(A5-1)
6	4	12	6	4	=A6*(A6-1)
7	5	20	7	5	=A7*(A7-1)
8	6	30	8	6	=A8*(A8-1)
9	7	42	9	7	=A9*(A9-1)
10	8	56	10	8	=A10*(A10-1)
11	9	72	11	9	=A11*(A11-1)
12	10	90	12	10	=A12*(A12-1)
13	11	110	13	11	=A13*(A13-1)
14	12	132	14	12	=A14*(A14-1)
15	13	156	15	13	=A15*(A15-1)
16	14	182	16	14	=A16*(A16-1)
17	15	210	17	15	=A17*(A17-1)
18	Sum	1120	18	Sum	=SUMMER(B3:B17)

	A	B		A	B
1	Oppgave 10		1	Oppgave 10	
2	Figur nr	Antall prikker	2	Figur nr	Antall prikker
3	1	1	3	1	=A3*(A3+1)/2
4	2	3	4	2	=A4*(A4+1)/2
5	3	6	5	3	=A5*(A5+1)/2
6	4	10	6	4	=A6*(A6+1)/2
7	5	15	7	5	=A7*(A7+1)/2
8	6	21	8	6	=A8*(A8+1)/2
9	7	28	9	7	=A9*(A9+1)/2
10	8	36	10	8	=A10*(A10+1)/2
11	9	45	11	9	=A11*(A11+1)/2
12	10	55	12	10	=A12*(A12+1)/2
13	11	66	13	11	=A13*(A13+1)/2
14	12	78	14	12	=A14*(A14+1)/2
15	13	91	15	13	=A15*(A15+1)/2
16	14	105	16	14	=A16*(A16+1)/2
17	15	120	17	15	=A17*(A17+1)/2
18	16	136	18	16	=A18*(A18+1)/2
19	17	153	19	17	=A19*(A19+1)/2
20	18	171	20	18	=A20*(A20+1)/2
21	19	190	21	19	=A21*(A21+1)/2
22	20	210	22	20	=A22*(A22+1)/2
23	Sum	1330	23	Sum	=SUMMER(B3:B21)

### Oppgave 11

Finner formelen ved hjelp av regresjon:

$$y = 3x^2 - 3x + 2$$

	A	B		A	B
1	Oppgave 11		1	Oppgave 11	
2	Figur nr	Antall klosser	2	Figur nr	Antall klosser
3	1	2	3	1	=3*A3^2-3*A3+2
4	2	8	4	2	=3*A4^2-3*A4+2
5	3	20	5	3	=3*A5^2-3*A5+2
6	4	38	6	4	=3*A6^2-3*A6+2
7	5	62	7	5	=3*A7^2-3*A7+2
8	6	92	8	6	=3*A8^2-3*A8+2
9	7	128	9	7	=3*A9^2-3*A9+2
10	8	170	10	8	=3*A10^2-3*A10+2
11	9	218	11	9	=3*A11^2-3*A11+2
12	10	272	12	10	=3*A12^2-3*A12+2
13	Sum	1010	13	Sum	=SUMMER(B3:B12)

### Oppgave 12

Finner først formelen ved hjelp av regresjon

$$y = 5x + 1$$

	A	B		A	B
1	Oppgave 12		1	Oppgave 12	
2	Figur nr	Antall perler	2	Figur nr	Antall perler
3	1	6	3	1	=5*A3+1
4	2	11	4	2	=5*A4+1
5	3	16	5	3	=5*A5+1
6	4	21	6	4	=5*A6+1
7	5	26	7	5	=5*A7+1
45	43	216	45	43	=5*A45+1
46	44	221	46	44	=5*A46+1
47	45	226	47	45	=5*A47+1
48	46	231	48	46	=5*A48+1
49	47	236	49	47	=5*A49+1
50	48	241	50	48	=5*A50+1
51	49	246	51	49	=5*A51+1
52	50	251	52	50	=5*A52+1
53	Sum	6425	53	Sum	=SUMMER(B3:B52)

Radene 8 – 44 er skjult for å spare plass.

### Oppgave 13

Finner formelen ved hjelp av regresjon:

$$y = 2x + 8$$

	A	B	C		A	B	C
1	Oppgave 13			1	Oppgave 13		
2	Rad nummer	Antall stoler per rad	Sum stoler	2	Rad nummer	Antall stoler per rad	Sum stoler
3	1	10	10	3	1	=2*A3+8	=B3
4	2	12	22	4	2	=2*A4+8	=C3+B4
5	3	14	36	5	3	=2*A5+8	=C4+B5
6	4	16	52	6	4	=2*A6+8	=C5+B6
7	5	18	70	7	5	=2*A7+8	=C6+B7
8	6	20	90	8	6	=2*A8+8	=C7+B8
9	7	22	112	9	7	=2*A9+8	=C8+B9
10	8	24	136	10	8	=2*A10+8	=C9+B10
11	9	26	162	11	9	=2*A11+8	=C10+B11
12	10	28	190	12	10	=2*A12+8	=C11+B12
13	11	30	220	13	11	=2*A13+8	=C12+B13
14	12	32	252	14	12	=2*A14+8	=C13+B14
15	13	34	286	15	13	=2*A15+8	=C14+B15
16	14	36	322	16	14	=2*A16+8	=C15+B16
17	15	38	360	17	15	=2*A17+8	=C16+B17
18	16	40	400	18	16	=2*A18+8	=C17+B18
19	17	42	442	19	17	=2*A19+8	=C18+B19
20	18	44	486	20	18	=2*A20+8	=C19+B20
21	19	46	532	21	19	=2*A21+8	=C20+B21
22	20	48	580	22	20	=2*A22+8	=C21+B22

20 rader gir til sammen 580 sitteplasser

### Oppgave 14

Finner formelen ved hjelp av regresjon:

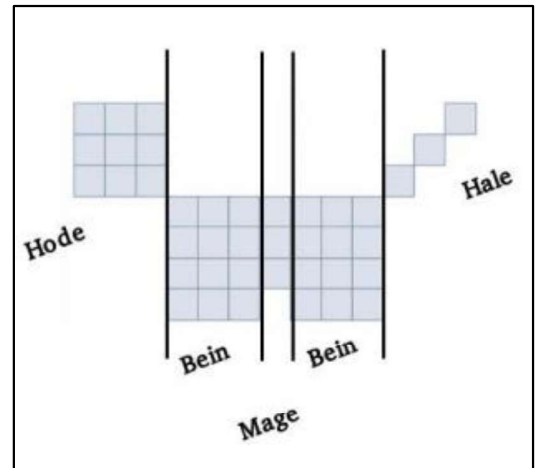
$$y = 3x^2 + 2x + 1$$

	A	B		A	B
1	Oppgave 14		1	Oppgave 14	
2	Figur nr	Antall sirkler	2	Figur nr	Antall sirkler
3	1	6	3	1	=3*A3^2+2*A3+1
4	2	17	4	2	=3*A4^2+2*A4+1
5	3	34	5	3	=3*A5^2+2*A5+1
6	4	57	6	4	=3*A6^2+2*A6+1
7	5	86	7	5	=3*A7^2+2*A7+1
8	6	121	8	6	=3*A8^2+2*A8+1
96	94	26697	96	94	=3*A96^2+2*A96+1
97	95	27266	97	95	=3*A97^2+2*A97+1
98	96	27841	98	96	=3*A98^2+2*A98+1
99	97	28422	99	97	=3*A99^2+2*A99+1
100	98	29009	100	98	=3*A100^2+2*A100+1
101	99	29602	101	99	=3*A101^2+2*A101+1
102	100	30201	102	100	=3*A102^2+2*A102+1
103	Sum	1025250	103	Sum	=SUMMER(B3:B102)

Radene 9 – 95 er skjult for å spare plass

Eksamensoppgave side 168

	A	B	C	D	E	F	81	80	6400	80	80	6480	19520
1	Figur	Hode	Hale	Mage	Bein	Hund	82	81	6561	81	81	6642	20007
2	1	1	1	1	2	7	83	82	6724	82	82	6806	20500
3	2	4	2	2	6	20	84	83	6889	83	83	6972	20999
4	3	9	3	3	12	39	85	84	7056	84	84	7140	21504
5	4	16	4	4	20	64	86	85	7225	85	85	7310	22015
6	5	25	5	5	30	95	87	86	7396	86	86	7482	22532
7	6	36	6	6	42	132	88	87	7569	87	87	7656	23055
8	7	49	7	7	56	175	89	88	7744	88	88	7832	23584
9	8	64	8	8	72	224	90	89	7921	89	89	8010	24119
10	9	81	9	9	90	279	91	90	8100	90	90	8190	24660
11	10	100	10	10	110	340	92	91	8281	91	91	8372	25207
12	11	121	11	11	132	407	93	92	8464	92	92	8556	25760
13	12	144	12	12	156	480	94	93	8649	93	93	8742	26319
14	13	169	13	13	182	559	95	94	8836	94	94	8930	26884
15	14	196	14	14	210	644	96	95	9025	95	95	9120	27455
16	15	225	15	15	240	735	97	96	9216	96	96	9312	28032
17	16	256	16	16	272	832	98	97	9409	97	97	9506	28615
18	17	289	17	17	306	935	99	98	9604	98	98	9702	29204
19	18	324	18	18	342	1044	100	99	9801	99	99	9900	29799
20	19	361	19	19	380	1159	101	100	10000	100	100	10100	30400
												SUM	1035250



Under er formlene jeg har brukt:

	A	B	C	D	E	F
1	Figur	Hode	Hale	Mage	Bein	Hund
2	1	=A2*A2	=A2	=A2	=A2*(A2+1)	=B2+C2+D2+2*E2
3	2	=A3*A3	=A3	=A3	=A3*(A3+1)	=B3+C3+D3+2*E3
4	3	=A4*A4	=A4	=A4	=A4*(A4+1)	=B4+C4+D4+2*E4
5	4	=A5*A5	=A5	=A5	=A5*(A5+1)	=B5+C5+D5+2*E5
6	5	=A6*A6	=A6	=A6	=A6*(A6+1)	=B6+C6+D6+2*E6
7	6	=A7*A7	=A7	=A7	=A7*(A7+1)	=B7+C7+D7+2*E7
8	7	=A8*A8	=A8	=A8	=A8*(A8+1)	=B8+C8+D8+2*E8
9	8	=A9*A9	=A9	=A9	=A9*(A9+1)	=B9+C9+D9+2*E9
10	9	=A10*A10	=A10	=A10	=A10*(A10+1)	=B10+C10+D10+2*E10
100	99	=A100*A100	=A100	=A100	=A100*(A100+1)	=B100+C100+D100+2*E100
101	100	=A101*A101	=A101	=A101	=A101*(A101+1)	=B101+C101+D101+2*E101
102						
103					SUM	=SUMMER(F2:F101)

Jeg trenger 1 035 250 kvadrater for å lage de 100 første hundene.