Forhold

Målet for opplæringen er at eleven skal kunne:

- utforske, beskrive og bruke begrepene proporsjonalitet og omvendt proporsjonalitet
- tolke og bruke sammensatte måleenheter i praktiske sammenhenger, og velge egne måleenheter
- tolke og regne med rotuttrykk, potenser og tall på standardform

Forholdstall

I matematikk 1P får vi ofte bruk for å sammenligne to tall, og det er i hovedsak tre måter å sammenligne tall på:

- Vi kan avgjøre hvilket av tallene som har ***høyest verdi***. For eksempel har tallet **10** høyere verdi enn tallet **2**. Dette kan virke enkelt, men blir mer komplisert når man for eksempel skal sammenligne verdien av en brøk med et prosenttall.

- Vi kan finne ***forskjellen*** mellom to tall ved å ta det største minus det minste. Forskjellen mellom 10 og 2 er 8. Det betyr at 10 er 8 større enn 2.

- Vi kan finne ***forholdet*** mellom to tall ved å dividere det ene med det andre. Som regel dividerer vi det største med det minste. Forholdet mellom 10 og 2 er 5. Det vil si at 10 er 5 ganger større enn 2. Det betyr også at 2 er $\frac{1}{5}$ av 10. Forholdet mellom to tall kalles ***forholdstall***

På ungdomsskolen har du regnet med forholdstall i mange situasjoner:

- når noe skal forstørres eller forminskes
- målestokk på kart
- omgjøring fra m til cm, eller m^2 til cm^2
- omgjøring fra timer til minutter
- regning med valutakurser
- prosent og vekstfaktor
- formlike figurer

Oppgave 1

Finn **forholdet** mellom:

a) 100 og 25. Svar: 100 er ____ ganger større enn 25, mens 25 er ____ av 100.

b) 9 og 3. Svar: 9 er ____ ganger større enn 3, mens 3 er ____ av 9.

c) 200 og 25. Svar: 200 er ____ ganger større enn 25, mens 25 er ____ av 200.

d) 5 000 og 2. Svar: 5000 er _____ ganger større enn 2, mens 2 er _____av 5 000.

e) 6 og 4. Svar: 6 er ____ ganger større enn 4, mens 4 er ____ av 6.

f) 11 og 5. Svar: 11 er _____ ganger større enn 5, mens 5 er _____av 11

Observasjoner fra klasserommet

Finn tallene du trenger i klasserommet ditt.

a) Hvordan er forholdet mellom antall gutter og antall jenter?
b) Hvordan er forholdet mellom antall pulter og antall stoler?
c) Hvordan er forholdet mellom antall røde tusjer og antall sorte tusjer?
d) Finn noen andre forhold som kan være interessant å regne ut.

Oppgave 2

Trine kjøpte en kjole i Spania, og hun betalte med kort.

Det ble trukket 719,67 kroner fra kontoen hennes.

Hva var kursen på euro (€) den dagen?

Oppgave 3

I virkeligheten er avstanden mellom Oslo og Berlin 840 km. På et Europa-kart er den samme avstanden 8,4 cm.

Finn målestokken til dette kartet.

Oppgave 4

Nedenfor finner du vekten til to ulike el-biler. Hva er forholdet mellom bilenes vekt?

Til venstre:
Tesla X

Til høyre:

BMW i3

Vekt: 2 500 kg

Vekt: 1 200 kg

Oppgave 5

Tove var i USA, og kjøpte en koffert. Hun betalte 119 $ for kofferten. I nettbanken sin så hun at hun 1 042,44

Hva var kursen på amerikanske dollar den dagen?

Oppgave 6

En syklist sykler 80 km på 4 timer. Hva er hastigheten, målt i km/t?

Oppgave 7

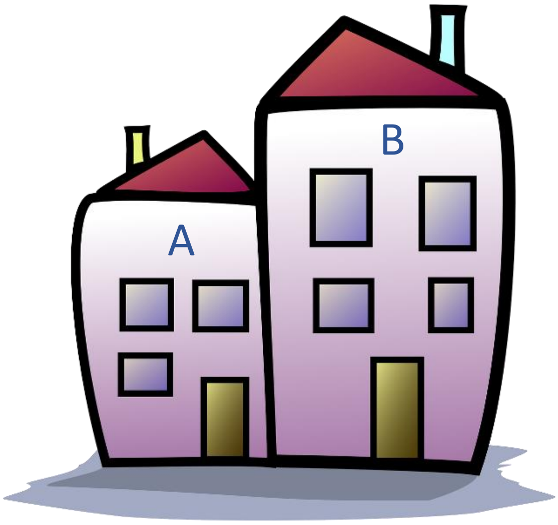
En bil bruker 5 timer på å kjøre 325 km. Hva er hastigheten, målt i km/t?

En eksamensoppgave

4 cm på et kart tilsvarer 60 km i virkeligheten. Hvilken målestokk har kartet?

Praktisk regning med forholdstall

Ved praktisk bruk av **forholdstall** kan du enten måtte *finne* **forholdstallet** eller *bruke* **forholdstallet**. Nedenfor ser du verdivurderingen til to hus:



Verdivurdering hus A

2 600 000 kr

Verdivurdering hus B

4 160 000 kr

Regnestykket $\frac{4\,160\,000\,kr}{2\,600\,000\,kr}$ forteller oss at verdien til hus B er 1,6 ganger høyere enn verdien til
hus A. Vi har nå funnet **forholdstallet** mellom verdien til hus A og B.

Anta forholdet mellom verdien til hus A og hus B forblir 1,6 i noen år fremover, og at verdien til hus A på et tidspunkt blir vurdert til 3 000 000 kr. Da vil verdien til hus B være:

$$3\,000\,000\,kr \cdot 1{,}6 = 4\,800\,000\,kr$$

Anta at på et annet tidspunkt vurderes verdien til hus B til å være 5 424 000 kr. Da vil verdien til hus A være:

$$5\,424\,000\,kr : 1{,}6 = 3\,390\,000\,kr$$

Du kan tenke at vi ***multipliserer*** med **forholdstallet** når vi ønsker et høyere svar og ***dividerer*** med **forholdstallet** når vi ønsker et lavere svar.

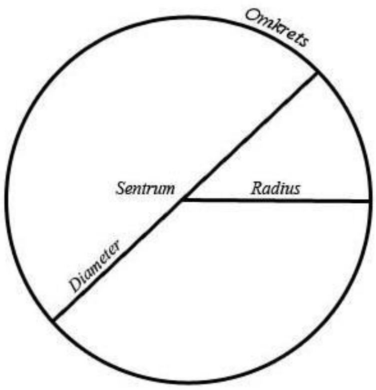
Oppgave 8

Forholdet mellom den store og den lille flaska er 2,5

a) Hvor stort er volumet til den lille flaska dersom volumet til den store er 2 liter?

b) Hvor stort er volumet til den store flaska dersom volumet til den lille er 1,5 liter?

Oppgave 9



Forholdet mellom diameteren og omkretsen i en sirkel kalles pi (π) og gis ofte tallverdien 3,14.

a) Diameteren til en tallerken er 20 cm. Hvor lang er omkretsen til denne sirkelen?
b) Omkretsen til en frisbee er 69,1 cm. Hvor lang er diameteren til denne frisbee-en?
c) Omkretsen til et kakefat er 40 cm, og kakefatet måler 14 cm på tvers. Avgjør om kakefatet er en sirkel.

Utfordring: lag et program i trinket.io/python3 som regner ut omkretsen til en sirkel utfra diameter eller radius.

Oppgave 10

Det gylne snitt (φ) er et forholdstall som er mye brukt innenfor kunst og arkitektur, og er gitt verdien

$$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}618$$

Løs gjerne oppgavene nedenfor ved hjelp av GeoGebra.

a) Tenk deg at det skal bygges en hytte, og høyden på stuevinduet i forhold til hytteveggen skal samsvare med det gylne snitt. Hvor høyt må stuevinduet være dersom veggen er 233 cm?

b) Et kredittkort har lengde 86 cm og bredde 53 cm. Er kredittkortet konstruert etter det gylne snitt?

Ifølge nordnorsk vitensenter er noen av forholdene på en voksen menneskekropp tilnærmet lik det gylne snitt. De nevner følgende eksempler:

Høyden og høyden til navlen

Mål fra bakken opp til navlen, så deler du hele høyden din på høyden opp til navlen. Gyllent?

Navle og kne

Avstanden fra navle til bakken, mot avstanden fra kne til bakken.

Navle og Hode

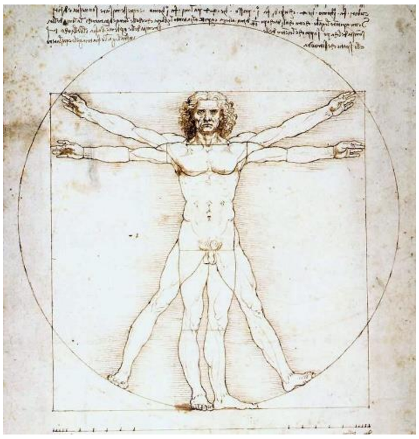
Avstanden fra navlen til toppen av hode, mot avstanden fra skulderen til toppen av hode.

Skulder og albue

Avstanden fra skulderen til fingertuppene, og fra albuen til fingertuppene. Tilnærmet gyldent?

Albue og hånd

Avstanden fra albuen og ut til fingertuppene, mot avstanden fra håndleddet og ut til fingertuppene.



c) Mål noen av avstandene ovenfor på din egen kropp, og avgjør om kroppen din er ferdig utvokst.
Utfordring: lag et program i trinket.io/python3 som regner ut forholdet.

Oppgave 11

Et kart har målestokk 1 : 50 000.

På kartet er det 12 cm mellom Hellerud vgs og Oslo S.

a) Hvor lang er avstanden mellom disse stedene i virkeligheten?

Det er 2,9 km mellom Hellerud vgs og Lindeberg.

b) Hvor lang er avstanden mellom disse stedene på kartet?

Oppgave 12

En tilfeldig dag i 2021 var kursen på USD (amerikanske dollar) 8,42 NOK.

a) Hvor mange dollar fikk man for 300 NOK denne dagen?
b)) Hvor mange norske kroner må man betale for en vare som kostet 149 USD?

Oppgave 13

En bil holder en hastighet på 70 km/t.

a) Hvor langt har bilen kjørt etter 1,5 timer?
b) Hvor lang tid bruker bilen på å kjøre 315 km?

Oppgave 14

Her ser du et kart over Norge (med de gamle fylkesnavnene).

I luftlinje er avstanden mellom Oslo og Trondheim 392 km.

a) Hvilken målestokk har kartet på forrige side? Gjør en hensiktsmessig avrunding.

b) Bruk kartet og målestokken du regnet i a) til å finne avstanden mellom Oslo og Bergen. Du kan kontrollere svaret ditt ved å søke opp avstanden på nettet.

På nettet kan vi lese at det er ca. 1 700 km fra Lindesnes til Nordkapp.

c) Stemmer dette med kartet ovenfor?

Presentasjonsoppgave

Tenk deg at du er interessert i å kjøpe en ny mobiltelefon, og at du søker på nettet etter gode tilbud. Du finner den samme telefonen på to forskjellige nettsider; en amerikansk nettside og en svensk nettside.

Dersom du kjøper telefonen fra den svenske nettbutikken, må du betale SEK 3 200 for telefonen. I tillegg må du betale 300 norske kroner i frakt.

Dersom du kjøper telefonen fra den amerikanske nettsiden, må du betale $ 350 for telefonen. I tillegg må du betale 3 % i frakt.

På nettsiden til Norges bank finner du følgende informasjon om valutakursene på amerikanske dollar og svenske kroner:

Valuta	Antall	Kurs
Amerikanske dollar	1	8,91
Svenske kroner	100	95,98

Gjør beregninger og avgjør hvor det lønner seg å kjøpe telefonen fra.

Proporsjonale størrelser

Du har kanskje opplevd at brusflasker selges i ulik størrelse, eller at du kan kjøpe rundstykker enkeltvis eller i pakker på 3?

Forretninger forsøker noen ganger å få oss kunder til å kjøpe mer av en vare enn vi i utgangspunktet hadde tenkt ved å gi oss kvantumsrabatt, som betyr at vi betaler mindre per enhet dersom vi kjøper flere av den. Enhet kan være antall, liter eller kg.

Dersom prisen per enhet er lik uansett hvor mange enheter vi kjøper er dette et eksempel på det vi kaller **proporsjonale størrelser**.

Proporsjonale størrelser er to størrelser x og y som har det samme forholdstallet uavhengig av antall. Dette kan avgjøres ved regning eller grafisk.

Ved regning skrives dette slik: $\frac{y}{x} = k$.

Grafisk kan vi sjekke om alle punkter ligger på en stråle med utgangspunkt i origo.

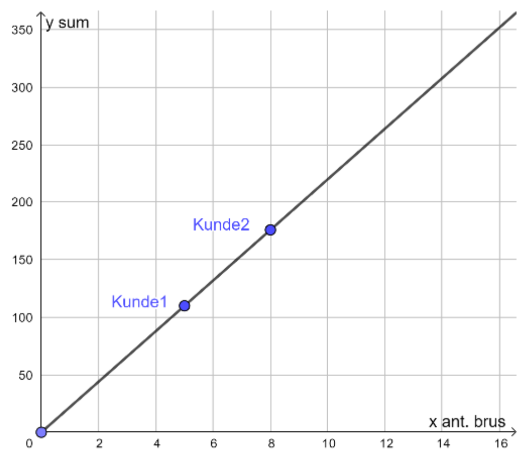
Anta at to personer går inn i en butikk for å kjøpe brus. Den ene kunden kjøper 5 brus og betaler 110 kr, mens den andre kjøper 8 brus og betaler 176 kr. Betaler begge kundene lik pris per brusflaske, eller sagt på en annen måte: er pris og brus **proporsjonale størrelser**?

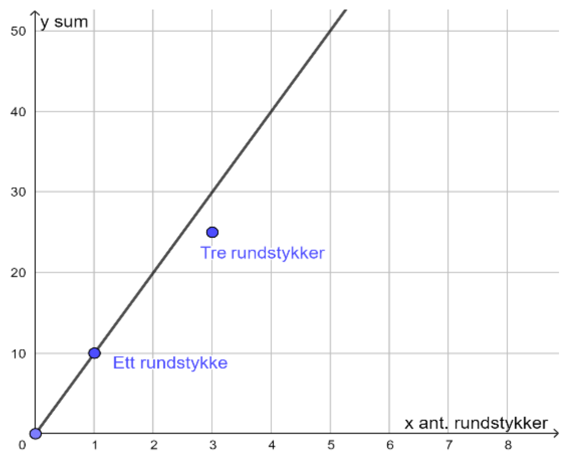
Meny på Tveita selger rundstykker til 10 kr per stykk. Dersom vi kjøper 3 rundstykker betaler vi 25 kr til sammen. Er pris og rundstykker **proporsjonale størrelser?**

X	y	$\frac{y}{x}$
Antall brus	Sum	Pris per brus
5	110	22
8	176	22

x	y	$\frac{y}{x}$
Ant. rundstykker	Sum	Pris per rundstykke
1	10	10
3	25	8,33

Vi kan også markere punktene i et koordinatsystem, og sjekke om punktene ligger på en stråle med utgangspunkt i origo:





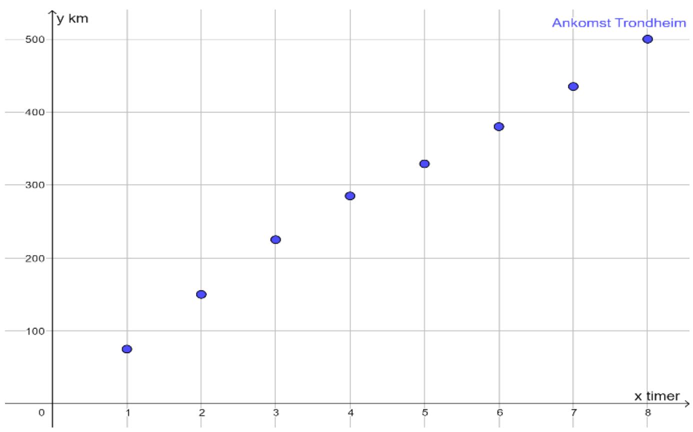
Både ved regning og grafisk ser vi at pris og antall brus er **proporsjonale størrelser**, mens pris og antall rundstykker ikke er det.

Oppgave 15

En familie kjører fra Oslo til Kristiansand. Etter 2 timer har de kjørt 12 mil, og etter 3 timer har de kjørt 18 mil.

a) Er tid og avstand proporsjonale størrelser så langt på turen?

En annen familie kjørte fra Oslo til Trondheim. Hver time registrerte de hvor langt de hadde kommet. Se grafikkbildet til høyre:



b) Hvor lenge er timer og avstand proporsjonale størrelser?

Oppgave 16

Ove selger egg på torget. Han har laget en plakat som viser hvor mye eggene koster, se figuren til høyre. Undersøk om antall egg og pris er proporsjonale størrelser.

6 egg	10,50 kroner
10 egg	17,50 kroner
15 egg	24,00 kroner
30 egg	45,00 kroner

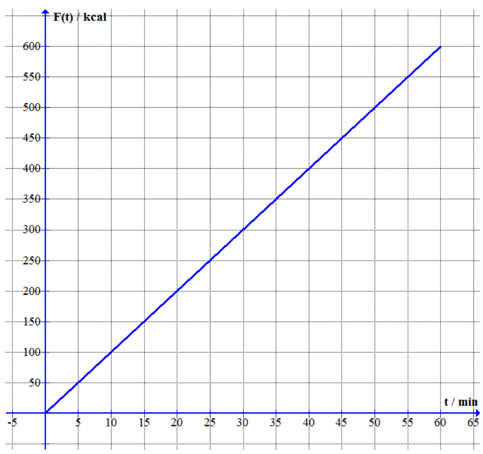
Oppgave 17

En pakke med to ruller toalettpapir koster 12 kr. En pakke med 8 ruller koster 38 kr, og 16 ruller koster 64 kr. Undersøk om prisen er proporsjonal med antall ruller.

Oppgave 18

Noman løper på en tredemølle. Grafen viser forbrenningen *F* i kilokalorier (kcal) som en funksjon av tida *t* i minutter.

Er *F* og *t* proporsjonale størrelser? Begrunn svaret på to måter.



Oppgave 19

Kathrine arbeider i en klesforretning som lørdagshjelp. Tabellen nedenfor viser hvor mange timer hun arbeidet og hvor mye hun tjente i løpet av fire lørdager.

t (timer)	5	8	7	6
L (kr)	600	960	840	720

a) Vis at lønna og antall arbeidstimer er proporsjonale størrelser.
b) Hvor mye tjener Kathrine hvis hun en lørdag arbeider 9,5 timer?

Oppgave 20

En malebutikk selger malingsspann i tre ulike størrelser.

Det mellomste spannet inneholder 3 liter, og koster 618 kroner.

Det minste spannet inneholder 0,75 liter, og det største spannet inneholder 5 liter.

0,75 L

3 L

5 L

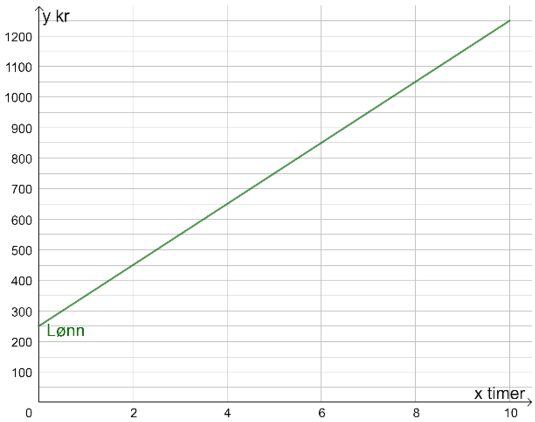
Hvor mye vil det minste og det største spannet koste dersom pris og liter er proporsjonale størrelser?

Oppgave 21

En ungdom har sittet barnevakt som deltidsjobb. Lønna beregnes ut fra et fast beløp for oppmøte, og et fast beløp for hver time ungdommen sitter barnevakt.

Grafen til høyre viser sammenhengen mellom antall timer ungdommen sitter barnevakt, og hvor mye ungdommen får i lønn.

Er antall timer og lønn proporsjonale størrelser?



En eksamensoppgave

En type hårspray selgse i tre størrelser: Mini, Normal og Biggie.

Normal inneholder 400 mL og koster 160 kroner.

Mini inneholder 100 mL, og Biggie inneholder 600 mL.

Hvor mye ville Mini og Biggie kostet dersom pris og volum hadde vært proporsjonale størrelser?

Omvendt proporsjonale størrelser

Tenk at et beboerne i et lite borettslag med 6 familier skal kjøpe en ny trampoline, og at alle familiene som ønsker å benytte trampolina må være med på å betale for den. Jo flere som blir med på spleiselaget jo billigere blir det for hver enkelt familie. Prisen for trampolina er imidlertid den samme, uavhengig av hvor mange som ønsker å bruke den.

Dersom prisen per familie blir lavere jo flere som betaler, samtidig som prisen for trampolina forblir uendret, er dette et eksempel på det vi kaller **omvendt proporsjonale størrelser**.

Omvendt proporsjonale størrelser er to størrelser som varierer samtidig på en slik måte at

$$\frac{k}{x} = y$$

der *k* er et fast tall (en konstant).

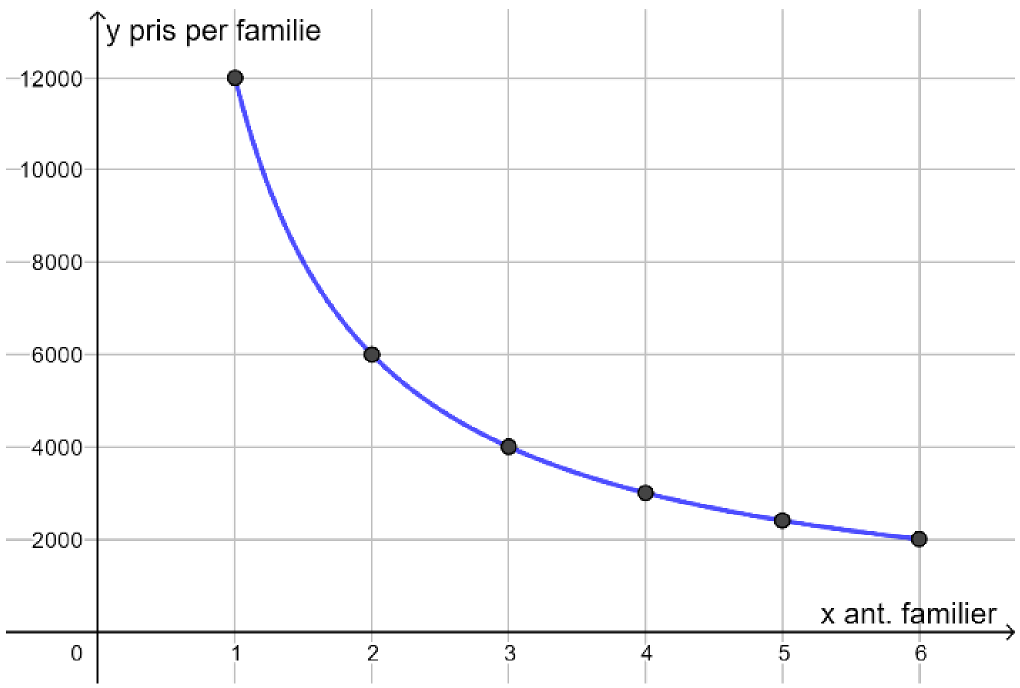
Dette kan også skrives som at $x \cdot y = k$

Vi kan teste om antall personer (*x*) og pris per familie (*y*) i eksempelet ovenfor er omvendt proporsjonale. Borettslaget finner en trampoline som koster kr 12 000 (*k*), og lager følgende oversikt:

Ant. familier	1	2	3	4	5	6
$\frac{k}{x} = y$	12 000	6 000	4 000	3 000	2 400	2 000
$x \cdot y = k$	12 000	12 000	12 000	12 000	12 000	12 000

Vi ser at *x* og *y* i dette eksempelet oppfyller kravene for å være omvendt proporsjonale størrelser.

Grafisk kan dette visualiseres slik:



Denne kurven er typisk for omvendt proporsjonale størrelser.

Oppgave 22

En trinn med 50 elever har leid et lokale til en Halloween - fest. Leien er 5 000 kroner.

a) Hva må hver elev betale hvis alle elevene deltar på festen?

Kall prisen per deltaker for y og antall deltakere for x.

b) Lag en formel som kan brukes til å regne y dersom det kommer x deltakere.
c) Bruk GeoGebra til å visualisere sammenhengen mellom antall deltakere og pris per deltaker. Finn noen interessante punkter.
d) Er x og y omvendt proporsjonale størrelser?

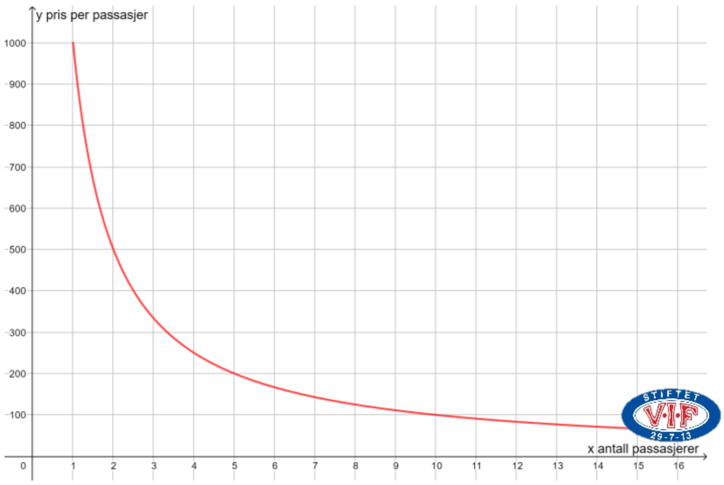
Oppgave 23

Tina betaler 400 kr for et dagskort i en alpinbakke.

a) En dag kjører hun 10 turer. Hva blir prisen per tur?
b) Bruk GeoGebra til å visualisere sammenhengen mellom antall turer og pris per tur. Bruk fornuftig avgrensning.
c) Forklar hvorfor prisen per tur er omvendt proporsjonal med antall turer.

Oppgave 24

Et taxiselskap tilbyr minibuss med fast pris fra Oslo til Gardermoen. Prisen per avhenger av antall passasjerer, som vist nedenfor:



a) Forklar hvorfor sammenhengen mellom antall personer og pris per person er omvendt proporsjonale størrelser.
b) Hvor høy er selskapets fastpris for strekningen Oslo – Gardermoen?
c) Noen har satt et fint klistremerke over grafen, og det går derfor ikke an å lese av hva hver enkelt passasjer må betale dersom 16 personer blir med på turen. Finn dette ved regning eller ved hjelp av GeoGebra.

Oppgave 25

En vennegjeng skal leie en hytte og finner to tilbud. De er usikre på hvor mange som blir med, så de lager en tabell for prisen per person med ulikt antall deltakere. Fyll ut de tomme rutene i tabellen.

Antall personer	1	3		10
Pris per person			700 kr	420 kr

Antall personer	1		5	
Pris per person		2000 kr	800 kr	400 kr

I hvilken rute kan vi finne prisen for leie av hytta?

En eksamensoppgave

Avgjør hvilken eller hvilke av påstandene nedenfor som er riktig(e).
Husk å begrunne svarene dine.

Påstand 1: Dersom utgiftene til en klassefest skal deles likt mellom elevene som er med på festen, vil beløpet hver ele må betale, alltid være omvendt proporsjonalt med antall elever.

Påstand 2: To størrelser er alltid proporsjonale dersom det er slik at når den ene øker, så øker den andre også.

Påstand 3: To størrelser er alltid omvendt proporsjonale dersom den ene størrelsen dobler seg når den andre halveres.

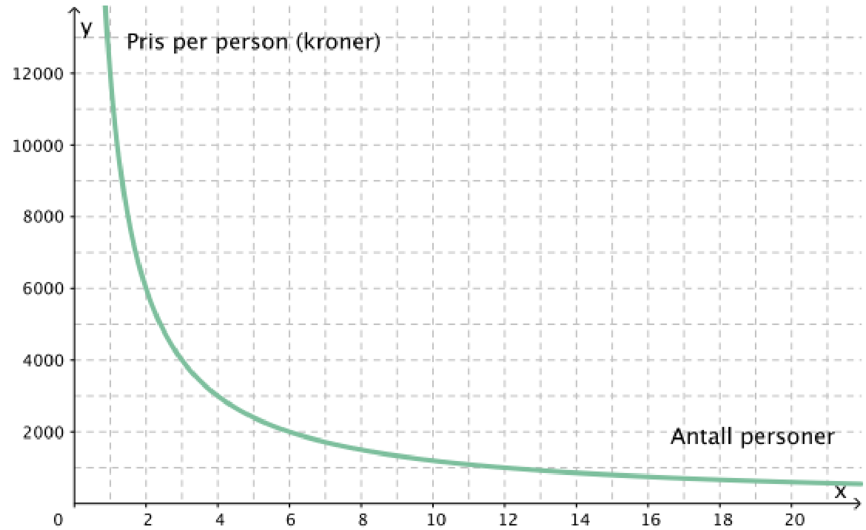
Påstand 4: Arealet av en sirkel er alltid proporsjonalt med omkretsen av sirkelen.

En eksamensoppgave

a) Gi et eksempel på to størrelser som er proporsjonale
b) Lag en grafisk fremstilling som viser sammenhengen mellom de to størrelsene

En eksamensoppgave

Et firma leier ut store hytter. Grafen til høyre viser prisen per person dersom x personer leier en hytte en uke.

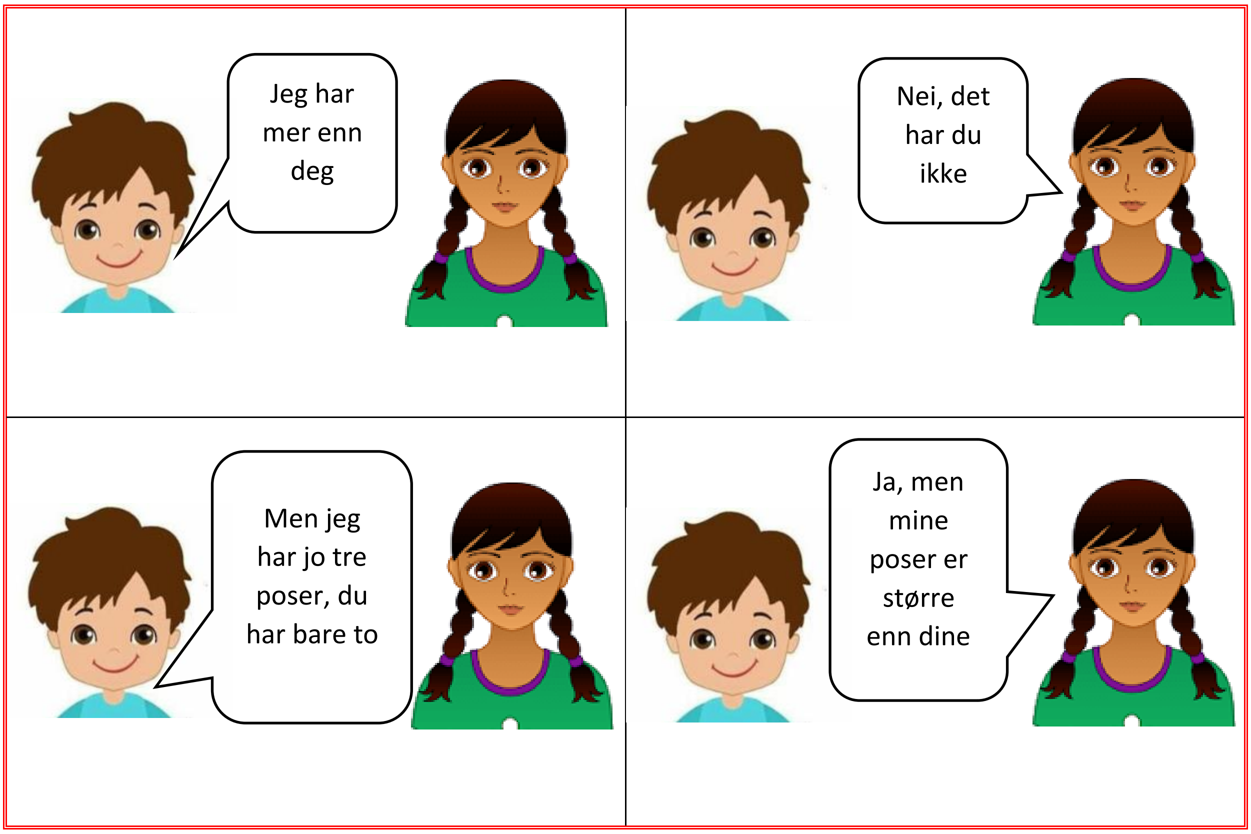


a) Hvor mye koster det å leie hytta en uke?

b) Forklar at antall personer og pris per person er omvendt proporsjonale størrelser.

c) Lag en formel som kan brukes for å finne prisen per person for å leie ei hytte

Enhet, prefiks og tierpotens



Samtalen i rutene ovenfor skal illustrere utfordringen ved å sammenligne mengder av ulik størrelse. Hvordan skal de avgjøre hvem som har mest når det de bruker til å sammenligne, i dette tilfellet poser, ikke er like store?

Når vi skal sammenligne mengder av ulik størrelse trenger vi en fast verdi eller en gitt størrelse. Dersom gutten og jenta i samtalen ovenfor hadde hatt like store poser ville det vært enklere å avgjøre hvem som har mest.

Dette kalles for måleenhet. Hvilken måleenhet vi bruker avhenger av hva vi skal måle. På neste side har vi presentert et utvalg av måleenheter, og hva de brukes til. Det finnes utallige måleenheter, og vi har ikke plass til alle. Vi har derfor valgt ut de måleenhetene vi tror du får mest bruk for.

Tabellen nedenfor viser et utvalg av standardiserte måleenheter. Det finnes mange, mange flere.

Når vi måler	bruker vi	som forkortes
Antall	Stykk	stk
Vekt	Gram	g
Lengde	Meter	m
Areal	Kvadratmeter	m^2
Volum	Liter eller kubikkmeter	L eller m^3
Penger	Kroner	kr
Tid	Sekund	sek eller s
Elektrisk effekt	Watt	W
Frekvens	Hertz	Hz
Energi i mat	Kilokalorier	kcal
Informasjon i datamaskin	Byte	B
Temperatur	Grader Celsius eller Fahrenheit	℃ eller ℉
Avstander i universet	Astronomisk enhet	AU

For å beskrive størrelsen til en mengde forteller vi hvor mange vi har av måleenheten tilhørende den mengden. For eksempel viser gradestokken at det 6 ℃ på Hellerud en dag i november, lengden av en fotballbane er 90 m, eller avstanden fra jorda til sola er 1 AU.

Dersom størrelsen til en mengde enten er veldig stor eller veldig liten kan tallet foran måleenheten bli langt, og kan være vanskelig å både lese og uttale. Skal vi måle lengden til New York eller størrelsen til et atom vil tallet foran meter bli omtrent uleselig. I slike tilfeller bruker vi enten **et prefiks** eller en **tierpotens**.

Et prefiks er ofte et latinsk ord for et tall, mens en **tierpotens** forteller hvor mange nuller en dekadisk enhet inneholder.

Et prefiks eller **en tierpotens** erstatter et bestemt antall nuller slik at tallet blir enklere å forstå.

Eksempel på tierpotens:

$1\,000 = 10^3$

Når vi forteller hvor mange vi har av en tierpotens kalles dette å skrive et tall på standardform.

Å skrive et tall på standardform betyr å fortelle hvor mange vi har av en tierpotens

Eksempel på standardform:

$4\,000 = 4 \cdot 1\,000 = 4 \cdot 10^3$

Dette tallet skal være større enn 1, og mindre enn 10.

$12\,000 = 1{,}2 \cdot 10\,000 = 1{,}2 \cdot 10^4$

Oppgave 26

Skriv på standardform:

a) 8 000 =	b) 30 000 =	c) 4 000 000 =
d) 8 500 =	e) 38 000 =	f) 4 250 000 =

Oppgave 27

Skriv på standardform:

a) 0,07 =	b) 0,0006 =	c) 0,0000002 =
d) 0,075 =	e) 0,00063 =	f) 0,00000024 =

Dekadisk enhet <-> tierpotens <-> prefiks

Dekadisk enhet	Tierpotens	Navn	Prefiks	Forkortes	
1 000 000 000 000	10^{12}	billion	Terra	T	
1 000 000 000	10^{9}	milliard	Giga	mrd.	G
1 000 000	10^{6}	million	Mega	mill.	M
1 000	10^{3}	tusen	kilo	k	
100	10^{2}	hundre	hekto	h	
10	10^{1}	ti	deka	dk	
1	10^{0}				
0,1	10^{-1}	tidel	desi	d	
0,01	10^{-2}	hundredel	centi	c	
0,001	10^{-3}	tusendel	milli	m	
0,000001	10^{-6}	milliondel	mikro	µ	
0,000000001	10^{-9}	milliarddel	nano	n	
0,000000000001	10^{-12}	billiondel	piko	p	

I tillegg bruker vi:

Mil = 10 km = 10 000 m

Tonn = 1 000 kg = 1 000 000 g

1 lysår = avstanden lyset tilbakelegger på ett år ≈ 9 500 000 000 000 km. $(9{,}5 \cdot 10^{15}\ m)$

Eksempel på praktisk bruk av prefiks og standardform

Jordens omkrets er beregnet til å være omtrent 40 000 000 meter. På en mer hensiktsmessig måte kan dette skrives som:
40 000 km, eller 4 000 mil, eller $4 \cdot 10^7$ m.

Rødt lys har en bølgelengde på omtrent 0,00000071 m. På en mer hensiktsmessig måte kan dette skrives som:
710 nanometer (710 nm) eller $7,1 \cdot 10^{-7}$ m.

Oppgave 28

Skriv størrelsene på en mer hensiktsmessig måte.

a) I en dL h-melk er det omtrent 0,0044 g natrium
b) En voksen blåhval kan veie opp mot 150 000 000 g
c) Størrelsen til et atom kan variere mellom 0,0000000001 m og 0,00000000005 m
d) Det lever omtrent 7 800 000 000 mennesker på jorda.
e) Man antar at vår galakse, Melkeveien, inneholder 300 000 000 000 stjerner
f) I 2020 kjøpte nordmenn omtrent 460 000 000 liter brus.

Oppgave 29

Finn egne eksempler på tall som har så høy verdi eller lav verdi at det er hensiktsmessig å skrive dem på standardform.

Skriv det du har funnet her:

Regneregler ved regning av tall på standardform

Regel	Eksempel
$10^x \cdot 10^y = 10^{x+y}$	$10^3 \cdot 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$
$10^x : 10^y = 10^{x-y}$	$10^5 : 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$
$\frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}$	$\frac{10^5}{10^2} = 10^{5-2} = 10^3$
$a \cdot 10^x \cdot b \cdot 10^y = a \cdot b \cdot 10^{x+y}$	$2 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^5 = 12 \cdot 10^8 = 1{,}2 \cdot 10 \cdot 10^8 = 1{,}2 \cdot 10^9$

Oppgave 30

Regn ut, og skriv svaret på standardform.

a) $10^3 \cdot 10^6 =$

b) $10 \cdot 10^3 =$

c) $10^4 \cdot 10^{-2} =$

d) $10^5 : 10^2 =$

e) $\frac{10^6}{10^2} =$

f) $10^3 : 10^5 =$

Oppgave 31

Regn ut, og skriv svaret på standardform.

a) $2 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^5 =$

b) $4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^3 =$

c) $7 \cdot 10^3 \cdot 6 \cdot 10^5 =$

d) $6 \cdot 10^4 \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-2} =$

e) $\frac{6 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^2} =$

f) $\frac{8 \cdot 10^6}{4 \cdot 10^{-2}} =$

g) $9 \cdot 10^2 : (2 \cdot 10^5) =$

h) $2 \cdot 10^6 : (4 \cdot 10^2) =$

Eksempler på praktisk regning med tall på standardform

Det er anslagsvis 300 000 000 000 stjerner i Melkeveien. En teori sier at hver stjerne i solsystemet i gjennomsnitt har 3,5 planeter i omløp. Dersom det stemmer vil antall planeter i Melkeveien være:
$3{,}5 \cdot 3 \cdot 10^{11} = 10{,}5 \cdot 10^{11} = 1{,}05 \cdot 10^{12}$

Det lever omtrent 7 800 000 000 mennesker på jorda. Anta at gjennomsnittsvekten for en person er 40 kg. Jordas befolkning veier dermed:
$4 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 7{,}8 \cdot 10^{9} = 4 \cdot 7{,}8 \cdot 10 \cdot 10^{9} \text{ kg} = 31{,}2 \cdot 10^{10} \text{ kg} = 3{,}12 \cdot 10^{11} \text{ kg}$

I 2015 måtte myndighetene i Paris fjerne alle hengelåsene som var hengt på brua Pont des Arts. Til sammen ble 45 tonn med hengelåser fjernet.

Dersom vi går ut fra at hver hengelås veier 50 g, ble så mange hengelåser fjernet:
$\frac{45 \text{ tonn}}{50 \text{ g per hengelås}} = \frac{45 \cdot 10^6\, g}{5 \cdot 10 \text{ g per hengelås}} = \frac{45}{5} \cdot \frac{10^6}{10} = 9 \cdot 10^5$ hengelåser

I alle oppgavene nedenfor skal du skrive svaret på standardform.

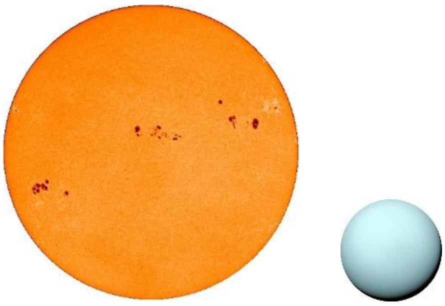
Oppgave 32

Anta at det drikkes 1 920 000 L kaffe i Norge hver dag, og at én kopp rommer 1,5 dL.
Hvor mange kopper drikkes det da i Norge hver dag?

Oppgave 33

I en kjøkkensvamp er det 40 milliarder bakterier per kubikkcentimeter. Svampen har et volum på 150 cm^3.
Hvor mange bakterier er det i hele svampen?

Oppgave 34



Solens volum er beregnet til å være omtrent $1{,}4\times10^{18}$ km^3. Planeten Uranus, som er solsystemets nest største planet, har et volum på omtrent $7\cdot10^{13}$ km^3.

Hvor mange ganger større er Solen enn Uranus?

En eksamensoppgave

En dag i juni 2020 var verdien av oljefondet $1{,}0417\cdot10^{13}$ kroner.
Samme dag var det $5{,}372\cdot10^{6}$ innbyggere i Norge.

Tenk deg at pengene i oljefondet ble delt likt mellom alle innbyggerne i Norge denne dagen.

Hvor mange kroner ville det da blitt til hver?

Eksempler på praktisk regning med prefiks

En trener skal blande saft til fotballaget sitt, som består av 25 spillere.
Treneren beregner 2 dL ublandet saft til hver spiller. Til sammen trenger treneren:
25 · 2 dL saft = 50 dL saft = 5 L saft.

Et voksent menneske bør innta 30 g kostfiber hver dag.
1 (grov) brødskive inneholder 2,5 g kostfiber. For å dekke sitt dagsbehov må et voksent menneske spise:
$\frac{30\ g}{2{,}5\ g}$ = 12 brødskiver

På en butikk koster 400 gram kjøttdeig 49 kroner. Prisen per kilogram, som ofte uttales pris per kilo blir da:

$\frac{49\ kr}{400\ g} \cdot 1000\ g$ = 122,50 kr/kg

En eksamensoppgave

300 g grillgrønnsaker koster 39 kroner.

Bestem prisen per kilogram.

En eksamensoppgave

En kopp med 220 mL cappuccino koster 22 kroner.

Hvor mye koster cappuccinoen per liter?

Oppgave 35

100 g Tine appelsinjuice har følgende næringsinnhold

Data	Mengde	Enhet
KJ	188	kilojoule
Kcal	44.9	kalorier
Protein	0.7	gram
Karbo	9.1	gram
Sukker	9.1	gram
Kostfiber	1	gram

I tillegg inneholder 100 g Tine appelsinjuice 20 mg C-vitaminer, som er 25 % av anbefalt daglig inntak av C-vitaminer for et voksent menneske.

Ett glass juice regnes som 2 dL som er omtrent 200 g juice.

a) Hvor mange glass juice må et voksent menneske drikke dersom det ønsker å få dekket det daglige behovet for C-vitaminer gjennom å drikke juice?

På helsedirektoratet.no kan vi lese følgende om inntak av sukker per dag:

> *Det anbefales at inntaket av sukker begrenses til 60 – 70 gram for menn og 50 – 55 gram for kvinner.*

b) Hva utgjør svaret du fikk i a) for den anbefalte øvre grensen for daglig inntak av sukker?

c) Finn næringsinnholdet til en annen drikke, og gjør samme beregning for den drikken.

En eksamensoppgave

Amalie skal lage appelsinsyltetøy og vil følge oppskriften til høyre.

Hun har et målebeger. Det viser at 1 L sukker har masse 0,8 kg.

Amalie skal bruke 26 kg appelsiner.
En pose sukker inneholder 1 kg.

Hvor mange poser sukker må hun minst kjøpe?

APPELSINSYLTETØY

1 kg appelsiner

1 sitron

1 grapefrukt

5 dL sukker

5 dL vann

En eksamensoppgave

Ved en temperatur på 22 ℃ veier 1 L olje 0,9124 kg.

a) Hvor mange gram veier 10 mL av oljen ved denne temperaturen?

Oljen i et beger veier 556,6 g ved en temperatur på 22 ℃.

b) Hvor mange desiliter olje er det i begeret?

En eksamensoppgave

Energiinnholdet i matvarer blir vanligvis oppgitt i kilojoule (kj) eller kilokalorier (kcal).

Tabellen viser eniergiinnholdet i noen næringsstoffer

Næringsstoff	Kilojoule (kJ) per gram	Kilokalorier (kcal) per gram
Fett	37	9
Protein	17	4
Karbohydrater	17	4

Tobias har lest at 100 g kokt egg inneholder 10,2 g fett, 12,4 g protein og 0,3 g karbohydrater.

Resten av egget er vitaminer og vann, som ikke inneholder energi.

a) Hva er energiinnholdet i 100 g kokt egg? Oppgi svaret i kcal

Tobias har funnet ut at han har et energibehov på 3000 kcal per dag. En dag spiser han 2 egg. Eggene veier til sammen 125 g med skall. Den spiselige delen av et egg er 88 % av totalvekten til egget.

b) Hvor mange prosent av Tobias sitt daglige energibehov utgjorde eggene han spiste denne dagen?

Tid- regning mellom to tallsystem

Mange av tidsenhetene vi bruker er bygd opp i 6-tallsystemet. For eksempel er det:

- $6 \cdot 10$ minutter i en time
- $6 \cdot 4$ timer i et døgn
- $6 \cdot 2$ måneder i et år
- $6 \cdot 61$ dager i et år (omtrent)

Dersom vi skal utføre regning med ulike enheter, må enhetene være bygd opp i det samme tallsystemet. Vi må derfor beherske å gjøre tidsenhetene om til 10-tallsystemet.

Alle tidsenheter kan gjøres om til 10-tallsystemet, men vi skal konsentrere oss om å gjøre minutter om til **desimaltimer** (som forteller hvor stor del av en time minuttene utgjør). Dette trenger vi når vi senere skal regne hastighet.

Vi benytter oss av følgende regler:

Skal du gjøre om minutter til timer må du dividere antall minutter på 60. Eksempel: 15 minutter til timer. 15 minutter = $\frac{15}{60}$ timer = 0,25 timer	Skal du gjøre om timer til minutter må du multiplisere antall timer med 60. Eksempel: 0,8 timer til minutter. 0,8 timer = $(0,8 \cdot 60)$ min. = 48 minutter

Oppgave 36

a) Hvor stor del av en time utgjør 45 minutter?

b) Hvor stor del av en time utgjør 24 minutter?

c) Hvor mange minutter er 0,6 timer?

d) Hvor stor del av en time utgjør 20 minutter?

e) Hvor mange minutter er 0,45 timer?

f) Omtrent hvor mange minutter er 0,72 timer?

g) Hvor stor del av en time utgjør 12 minutter?

Oppgave 37

Det er kun minuttene vi omgjør til desimaltimer (hele timer er hele timer uavhengig av tallsystem).

a) Skriv 2 timer og 45 minutter som desimaltimer

b) Skriv 1 time og 20 minutter som desimaltimer

c) Skriv 1,8 timer som timer og minutter

d) Skriv 3,6 timer som timer og minutter

e) Skriv 4 timer og 24 minutter som desimaltimer

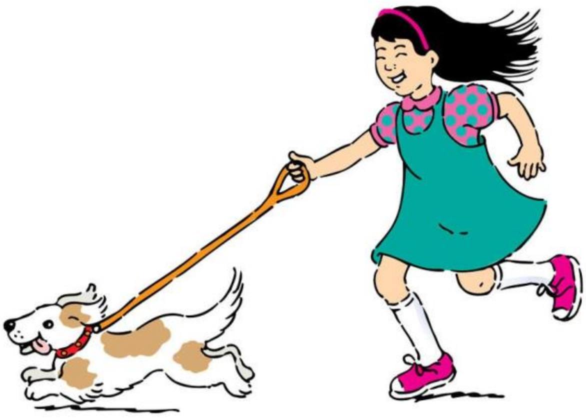
f) Skriv 5,25 timer som timer og minutter

Oppgave 38

Toget fra Oslo S kjører kl. 13.34, og ankommer Trondheim kl. 21.10.

Hvor mange timer varer togturen?

Oppgave 39



En hundeeier går tur med hunden sin. Turen starter kl. 12.45 og varer i 1,4 timer.

Hvor mye hadde klokka blitt da turen var over?

Fart – regning med sammensatte enheter

Om vi ønsker å angi raskt et objekt beveger seg må vi både måle **lengden** objektet beveger seg og hvor lang **tid** objektet bruker på denne lengden.

Lengdeenheten vi bruker er som regel **km** eller **m**, og tidsenheten er som regel **time** eller **sekund**.

Når vi skal beskrive farten til et objekt må vi utføre regnestykket

$$\frac{lengde}{tid}$$

Dersom vi har målt lengden i **km** og tid i **time** blir fartsenheten **km/t** (km per time). Dersom vi har målt lengden i **m** og tid i **sekunder** blir fartsenheten **m/s** (meter per sekund).

Vi kan regne mellom **km/t** og **m/s** med forholdstallet 3,6. Hvorfor?

$$\frac{km}{time} = \frac{1\ 000\ m}{3\ 600\ sek} = \frac{1\ m}{3{,}6\ sek}$$

Det betyr at dersom en bil kjører i 50 km/t kjører den

$$\frac{50}{3{,}6} \approx 14 \text{ m/s}$$

Det betyr i tillegg at vindstyrke som måles til 8 m/s også kan beskrives som

$$8 \cdot 3{,}6 \approx 29 \text{ km/t}$$

Oppgave 40

Usain Bolt innehar verdensrekorden på 100 meter med tiden 9,58.

a) Hvor høy var gjennomsnittsfarten på dette løpet målt i **m/s**?
b) Hvor høy var gjennomsnittsfarten på dette løpet målt i **km/t**?

Oppgave 41

Avstanden mellom Oslo og Trondheim er 392 km. Flytiden mellom disse byene er 45 minutter.

a) Hvor høy er gjennomsnittsfarten til flyet på denne turen?

Avstanden mellom Oslo og Tromsø er 1150 km. På en slik tur er gjennomsnittsfarten ca. 690 km/t.

b) Hvor lang tid vil flyturen være på denne strekningen? Angi svaret på formen timer og minutter

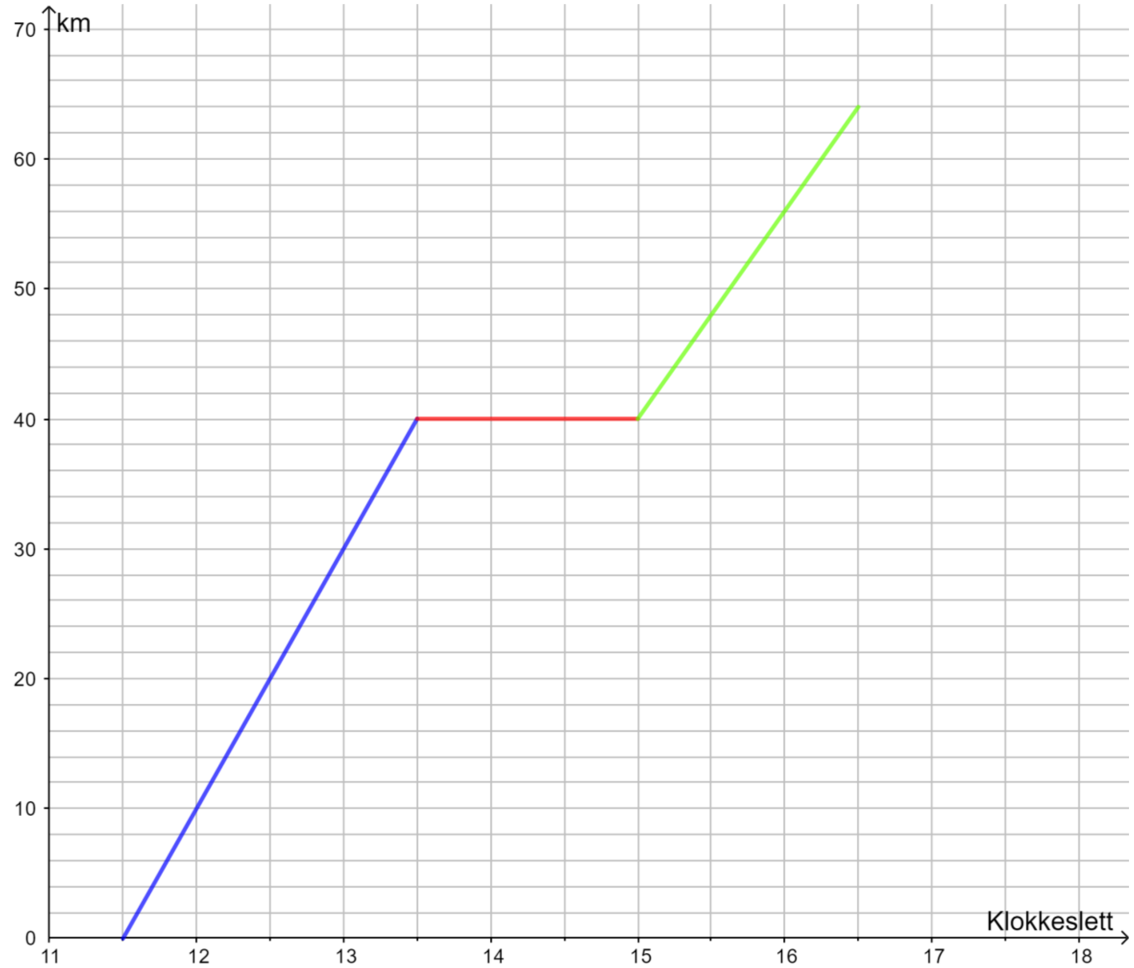
Marsjfarten til en Boeing 767 er på 851 km/t.

c) Hvor langt kommer et slikt fly på 2 timer og 30 minutter?

Oppgave 42

Stian syklet hjem fra bestemoren sin. På veien hjem stoppet han ved et vann for å bade og spise lunsj.

Stian visualiserte sykkelturen sin slik:



Gjør nødvendige beregninger, og lag en beskrivelse av farten Stian holdt på sykkelturen.

Oppgave 43

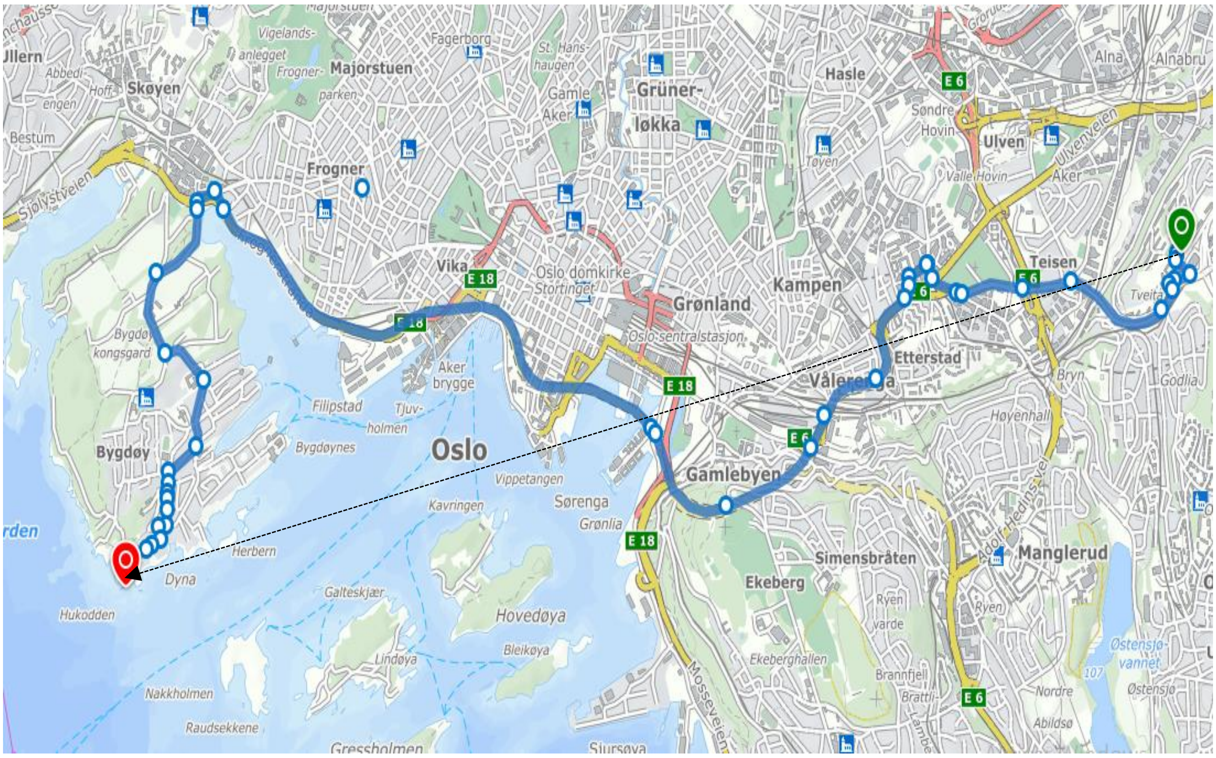
En buss kjører fra Oslo bussterminal til Kristiansand, med avgang kl. 12.10. Kjørelengden er 320 km, og bussen holder en gjennomsnittsfart (inkludert pauser) på 68 km/t.

Når ankommer bussen Kristiansand?

Presentasjonsoppgave

En av miljøarbeiderne på Hellerud vgs. ønsker å ta med en gruppe elever på en sykkeltur til Huk (strand).

Miljøarbeideren finner et kart over Oslo med målestokk 1 : 75 000, og måler avstanden i luftlinje (den sorte linja) mellom Hellerud vgs. og Huk til å være 20 cm. Se kartet nedenfor:



Miljøarbeideren antar at de kan sykle med en gjennomsnittsfart på 15 km/t, og ønsker at de skal være fremme kl. 10.00. Den blå linja i kartet angir veien de skal sykle.

Gjør en vurdering av når de bør dra fra Hellerud vgs. for å være på Huk kl. 10.00.

Løsningsforslag

Oppgave 1

a) 100 er 4 ganger større enn 25, mens 25 er $\frac{1}{4}$ av 100.

b) 9 er 3 ganger større enn 3, mens 3 er $\frac{1}{3}$ av 9.

c) 200 er 8 ganger større enn 25, mens 25 er $\frac{1}{8}$ av 200.

d) 5000 er 2500 ganger større enn 2, mens 2 er $\frac{1}{2500}$ av 5 000.

e) 6 er 1,5 ganger større enn 4, mens 4 er $\frac{2}{3}$ av 6.

f) 11 og 5. Svar: 11 er 2,2 ganger større enn 5, mens 5 er $\frac{5}{11}$ av 11

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
2	10,43 kr/euro	**5**	8,76 kr/dollar
3	1 : 10 000 000	**6**	20 km/t
4	Omtrent 2,08	**7**	65 km/t

Eksamensoppgave, side 56

$\frac{60\ km}{4\ cm} = \frac{6\ 000\ 000\ cm}{4\ cm} = 1\ 500\ 000$ Kartets målestokk er 1 : 1 500 000

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
8	a) 0,8 L b) 3,75 L	**17**	Antall ruller og pris er ikke proporsjonale størrelser
9	a) 62,8 cm b) 22 cm c) Nei.		
10	a) 144 cm b) Ja (omtrent)	**18**	*F* og *t* er proporsjonale størrelser
11	a) 6 km b) 5,8 cm		
12	a) ≈ 36 dollar b) ≈ 1 255 kr	**19**	a) Timelønna er alltid 120 kr b) 1 140 kroner
13	a) 105 km b) 4,5 timer		
15	a) Ja b) Tid og avstand er proporsjonale størrelser frem til de har kjørt 3 timer	**20**	Minste: 154,50 kr. Største: 1 030 kr.
		21	Antall timer og lønn er ikke proporsjonale størrelser
16	Antall egg og pris er ikke proporsjonale størrelser		

Eksamensoppgave, side 66

Løsning 1

$$\frac{160}{4} = 40$$

Mini ville kostet 40 kr.

$$40 \cdot 6 = 240$$

Biggie ville kostet 240 kroner.

Løsning 2

1 $\frac{160}{400}$

$\approx$ **0.4**

2 $0.4 \cdot 100$

$\rightarrow$ **40**

3 $0.4 \cdot 600$

$\rightarrow$ **240**

Mini ville kostet 40 kroner.
Biggie ville kostet 240 kroner.

<table>
<tr><th>Oppgave</th><th>Svar</th><th>Oppgave</th><th>Svar</th></tr>
<tr><td>22</td><td>a) 100 kr. b) $y = \frac{5\,000}{x}$ d) Ja.</td><td rowspan="2">24</td><td rowspan="2">a) Jo flere passasjerer jo lavere pris per person. b) 1 000 kr c) 62,50 kr</td></tr>
<tr><td>23</td><td>a) 40 kr c) Fordi pris per tur blir lavere jo flere turer hun kjører.</td></tr>
</table>

Oppgave 25

Antall personer	1 Pris for leie	3	6	10
Pris per person	4 200 kr	1 400 kr	700 kr	420 kr

Antall personer	1 Pris for leie	2	5	10
Pris per person	4 000	2000 kr	800 kr	400 kr

Eksamensoppgave, side 71

Påstand 1 er riktig: $prisperelev = \frac{totalutgift}{Antallelever}$

Påstand 2 er feil: x og x^2 er eksempler på størrelser der dersom x øker så øker kvadratet av x også, men de er ikke propirsjonale.

Påstand 3 er riktig: $y = \frac{k}{x}$, om vi dobler x : $y = \frac{k}{2x}$, halveres y.

Påstand 4 er feil: Forholdet mellom areal og omkrets vil være: $\frac{A}{O} = \frac{\pi r^2}{s\pi r} = \frac{r}{2}$. Dette forholdet er ikke konstant, men varierer med r. Derfor ikke proporsjonalitet.

Eksamensoppgave, side 71

a) Ved avlesning av grafen kan vi se at 2 personer betaler 6 000 kr hver. Utfra dette kan vi regne at det koster (2 · 6 000) 12 000 kroner å leie hytta.
b) Antall personer og pris per person er omvendt proporsjonale, fordi pris per person kan regnes ved hjelp av formelen $y = \frac{k}{x}$.
c) $Pris\ per\ person = \frac{12\ 000\ kr}{antall\ personer}$

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
26	a) $8{\cdot}10^3$ b) $3{\cdot}10^4$ c) $4{\cdot}10^6$ d) $8{,}5{\cdot}10^3$ e) $3{,}8\cdot10^4$ f) $4{,}25{\cdot}10^6$	**30**	a) 10^9 b) 10^4 c) 10^2 d) 10^3 e) 10^3 f) 10^{-2}
27	a) $7{\cdot}10^{-2}$ b) $6{\cdot}10^{-4}$ c) $2{\cdot}10^{-7}$ d) $7{,}5{\cdot}10^{-2}$ e) $6{,}3{\cdot}10^{-4}$ f) $2{,}4{\cdot}10^{-7}$	**31**	a) $6 \cdot 10^8$ b) $2 \cdot 10^7$ c) $4{,}2 \cdot 10^9$ d) $1{,}5 \cdot 10^3$ e) $3 \cdot 10^3$ f) $2 \cdot 10^8$
28	a) $4{,}4 \cdot 10^{-3}$ g eller 4,4 mg b) $1{,}5 \cdot 10^8$ g eller 150 tonn c) 10^{-10} til $5 \cdot 10^{-10}$ eller 0,1 nm til 0,5 nm d) $7{,}8 \cdot 10^9$ eller 7,8 mrd e) $3 \cdot 10^{11}$ eller 300 mrd f) $4{,}6 \cdot 10^8$ L eller 460 millioner L	**32**	g) $4{,}5 \cdot 10^{-3}$ h) $5 \cdot 10^3$ $\approx 1{,}3 \cdot 10^7$ kopper = 13 mill. kopper
		33	$6 \cdot 10^{13}$ bakterier = 60 billioner bakt.
		34	$2 \cdot 10^4$ = 20 000 ganger større

Eksamensoppgave side 79

Løsning 1

1 $\frac{1.0417 \cdot 10^{13}}{5.372 \cdot 10^6}$

$\approx$ **1939128.82**

Det ville blitt 1,939· 10⁶ kroner til hver.

Løsning 2

$1{,}0417 \cdot 10^{13} = \underline{10{,}417 \cdot 10^{12}}$

$\frac{10^{12}}{10^6} = \underline{10^6}$

$\frac{10{,}417}{5{,}372} \approx \underline{1{,}939}$

Det ville blitt $1{,}939 \cdot 10^6$ kroner til hver.

Eksamensoppgave side 80

Løsning 1

$$1\ \mathrm{kg} = 3 \cdot 300\ \mathrm{g} + 100\ \mathrm{g}$$

$$3 \cdot 39 + \frac{1}{3} \cdot 39 = \underline{130}$$

1kg grillgrønnsaker koster 130 kroner.

Løsning 2

Jeg finner først ut hvor mye 1 gram koster:

$$\frac{39{,}00}{300} = \underline{0{,}13}$$

$$0{,}13 \cdot 1000 = \underline{130}$$

$$1000\ \mathrm{g} = 1\ \mathrm{kg}$$

1 kg grillgrønnsaker koster 130 kroner.

Eksamensoppgave side 80

Svar: 100 kroner.

Begrunnelse: Her er det mange måter å tenke på, men for eksempel: 22 kroner for 220 mL cappuccino gir 10 kroner for 100 mL cappuccino. I 1 liter er det 1000 mL. Hvis 100 mL cappuccino koster 10 kroner, vil da 1 liter (1000 mL) koste 100 kroner.

Oppgave	Svar
35	a) 2 glass b) M ≈ 50 %, K ≈ 70 %

Eksamensoppgave side 81

Løsning 1

I oppskriften står det at Amalie trenger 5 dL sukker til 1 kg appelsiner.
Amalie skal bruke 26 kg appelsiner.

$$26 \cdot 5 = 130$$

Amalie trenger 130 dL sukker.
130 dL = 13 L

1 L sukker har masse 0,8 kg.

$$13 \cdot 0{,}8 = 10{,}4$$

Amalie må minst kjøpe 11 poser med sukker.

Løsning 2

1 L sukker har masse 0,8 kg
5 dL sukker har masse 0,4 kg

Appelsiner (kg)	Sukker (kg)
1	0,4
26	x

1 $\frac{1}{26} = \frac{0.4}{x}$

NLøs: $\{x = 10.4\}$

Amalie må kjøpe minst 11 poser med sukker.

Eksamensoppgave side 82

a) 1 L olje = 0,9124 kg. | dividerer begge sider med 1000
1 mL olje = 0,9124 g | multipliserer begge sider med 10
10 mL olje = 9,124 g

b) 1 dL olje = 91,24 g
Mengde olje er ukjent. Kaller dette for x.
91,24 g $\cdot$ x dL = 556,6 g | dividerer begge sider med 91,24
$x \approx 6{,}1$
Det er omtrent 6,1 dL olje i begeret.

Eksamensoppgave side 82

a)

Energiinnhold i 100 gram kokt egg:

Energi fra fett + energi fra protein + energi fra karbohydrater = $(9 \cdot 10,2 + 4 \cdot 12,4 + 4 \cdot 0,3) kcal = 142,6 kcal$

b)

Gram spiselig: $125g \cdot 0,88 = 110g$

Energi: $1,1 \cdot 142,6 = 156 kcal$

Hvilket utgjør ca 5 % av dagsbehovet.

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
36	a) 0,75 t b) 0,4 t c) 36 min d) 0,33 t e) 27 min f) Omtrent 43 min g) 0,2 t	**39** **40** **41**	14.09 a) 10,44 m/s b) ≈ 38 km/t a) 522 km/t b) 1t 40 min c) 2 127 km
37	a) 2,75 t b) 1,33 t c) 1 t 48 min d) 3 t 36 min e) 4,4 t f) 5 t 15 min	**43**	16.52
38	7 t og 36 min = 7,6 timer		