

Prosent



Målet for opplæringen er at eleven skal kunne:

- Forklare og bruke prosent og prosentpoeng til modellering av praktiske situasjoner med digitale verktøy
- Analysere og presentere funn i datasett fra lokalsamfunn og media

Hva er prosent?

Ordet **prosent** har latinsk opprinnelse, og er satt sammen av ordene **pro** (av) og **cent** (hundre). **Prosent** betyr derfor «av hundre», men det kan også leses som «hundredel».

Finne prosenten

Prosent er nyttig å bruke både når vi ønsker å beskrive hvor mye en **del** utgjør av en **helhet**, og når vi ønsker å sammenligne **andeler** av **helheter** med ulik størrelse.

Vi regner ut **prosenten** med følgende regnemetode:

$$\text{prosenten} = \frac{\text{verdien av delen}}{\text{verdien av helheten}} \cdot 100 \%$$

Vi bruker **prosent** når vi ønsker å beskrive:

- hvor mye strøm vi har på telefonen
- hvor mye prisen på klær er redusert når butikkene har salg
- hvor stor andel del av Oslos befolkning som bor i Groruddalen
- hvor stor oppslutning partiene får ved Stortingsvalget
- hvor stor del av verdens verdier Norge eier gjennom Oljefondet

og i mange andre situasjoner.

Tenk deg følgende eksempel. En lærer ønsker å undersøke hvilken ungdomsskole elevene i klassen kommer fra, og lager denne oversikten:

Ungdomsskole	Antall	Andel	
		(Forholdstall)	(Forholdstall · 100 %)
Haugerud	8	$\frac{8}{30} = 0,27$	$0,27 \cdot 100 \% = 27 \%$
Lindeberg	7	$\frac{7}{30} = 0,23$	$0,23 \cdot 100 \% = 23 \%$
Granstangen	10	$\frac{10}{30} = 0,33$	$0,33 \cdot 100 \% = 33 \%$
Andre	5	$\frac{5}{30} = 0,17$	$0,17 \cdot 100 \% = 17 \%$
Sum	30	$\frac{30}{30} = 1,0$	$1,0 \cdot 100 \% = 100 \%$

Oppgave 1

Gjør tilsvarende undersøkelse for klassen din.

Hvordan er fordelingen i klassen din sammenlignet med hele skolen?

Oppgave 2

Som du ser i eksempelet på forrige side, kan vi beskrive en **andel** på tre ulike måter:

BRØK <-> DESIMAL <-> PROSENT

I oppgavene nedenfor får du trening i å regne mellom disse ulike representasjonsmåtene.

Fyll ut tabellen. Klarer du noen av oppgavene uten kalkulator?						
Brøk	Desimal	Prosent		Brøk	Desimal	Prosent
$\frac{28}{100}$				$\frac{37}{56}$		
	0,48			$\frac{85}{127}$		
	0,61			$\frac{21}{18}$		
	0,7				0,8	
$\frac{5}{100}$					0,9	
		37 %				7 %
		8 %				113 %

Kan du lage en regel på hvordan du regner mellom **desimaltall** og **prosenttall**?

Oppgave 3

I en klasse er det 13 gutter og 15 jenter.

- Hvor mange prosent av elevene i klassen er jenter?
- Hvor mange prosent av elevene i klassen er gutter?

Oppgave 4

I mange butikker finner du følgende tilbud:



Hvor mange prosent får du i rabatt dersom du benytter deg av dette tilbudet?

Oppgave 5

I mange butikker finner du følgende tilbud:



Hvor mange prosent får du i rabatt dersom du benytter deg av dette tilbudet?

Oppgave 6

Meny har følgende priser på rundstykker:

- Hvor mange prosent rabatt får du på det tredje rundstykket?
- Hvor mange prosent rabatt får du til sammen dersom du kjøper 3 rundstykker?

Antall:	Pris:
1	10 kr
2	20 kr
3	25 kr

Oppgave 7

Det er vanlig å dele de politiske partiene i 3 hovedbolker: venstresiden, sentrum og høyresiden.

I et valgdistrikt fordelte stemmene seg slik:

- $\frac{3}{7}$ av stemmene gikk til partier på venstresiden
- En andel på 0,2 av stemmene gikk til partier i sentrum
- Resten av stemmene gikk til partier på høyresiden

Hvor mange prosent av stemmene gikk til partier på høyresiden?

En eksamensoppgave

I en eske ligger det røde, grønne og gule kuler.

$\frac{3}{5}$ av kulene er røde, og $\frac{1}{10}$ av kulene er grønne.



Hvor mange prosent av kulene er gule?

En eksamensoppgave

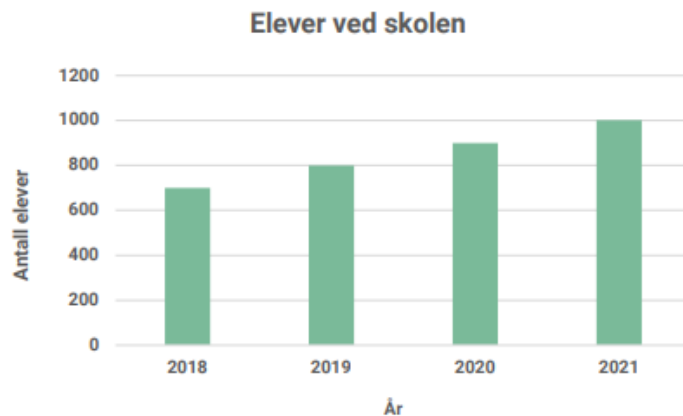
En gullring er stemplet med 585.

Det betyr at 585 tusendeler av ringen er gull.

Hvor mange prosent av ringen er gull?



En eksamensoppgave







Diagrammet viser antall elever ved en videregående skole de fire siste årene.

Når var det størst prosentvis økning i antall elever fra et år til det neste?

En eksamensoppgave

En flaske dusjsåpe koster det samme i fire butikker.

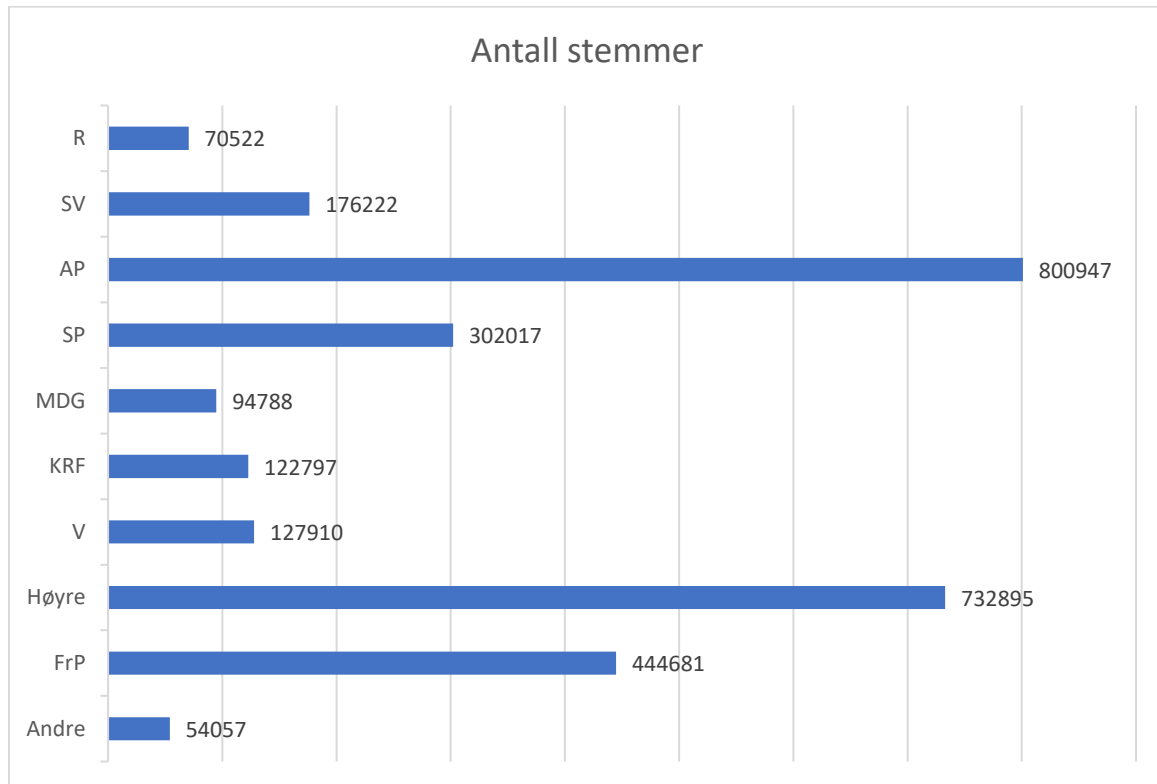
De fire butikkene bestemmer seg for å sette ned prisen. Dette gjør de på hver sin måte. Se nedenfor.

<p>Butikk A</p> <p>Tilbud dusjsåpe</p>  <p>Ta 3 flasker, og betal for 2 av dem.</p>	<p>Butikk B</p> <p>Tilbud dusjsåpe</p>  <p>30 % rabatt</p>
<p>Butikk C</p> <p>Tilbud dusjsåpe</p>  <p>Betal full pris for én flaske, og få 75 % rabatt på den neste.</p>	<p>Butikk D</p> <p>Tilbud dusjsåpe</p>  <p>Betal full pris for 3 flasker, og få i tillegg 2 gratis.</p>

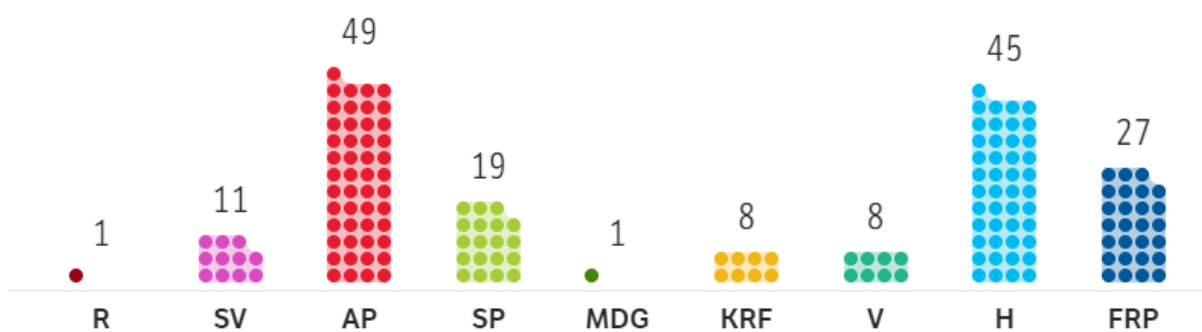
Gjør beregninger, og sett opp en oversikt hvor du sorterer tilbudene etter hvor gode de er.

Presentasjonsoppgave

Ved Stortingsvalget i 2017 ble det totalt avgitt 2 926 836 stemmer. Nedenfor finner du resultatet for partiene som oppnådde minst 1 representant på Stortinget (en slik representant kalles en mandat).



Fordelingen av mandater på Stortinget ble slik:



Bruk resultatene ovenfor til å si noe om valgresultatet.

Bruke prosent

Dersom vi vet hvor stor **prosent** en **del** er av en **helhet**, kan vi regne verdien til **delen** ved hjelp av følgende **regnemetode**:

$$\text{Verdien til helheten} \cdot \text{prosenten} = \text{verdien til delen}$$

I oppgave 2 trente du på å gjøre **prosent** om til **desimaltall**. Dersom vi bruker **desimaltallet** i utregningen istedenfor **prosenten**, bruker vi ordet **prosentfaktor** om **desimaltallet**. Da får vi følgende **regnemetode**:

$$\text{Verdien til helheten} \cdot \text{prosentfaktoren} = \text{verdien til delen}$$

I starten av skoleåret 2022/2023 vil 720 elever begynne på Hellerud vgs. **Andelen** av Helleruds elever som kommer fra Granstangen er omtrent 18 %.

Ved hjelp av **formlene** ovenfor kan vi regne ut hvor mange av Helleruds elever som kommer fra Granstangen.

Prosenten

$$\text{Antall elever fra Granstangen} = 720 \text{ elever} \cdot 18 \% = 129,6 \text{ elever} \approx 130 \text{ elever}$$

Prosentfaktoren

$$\text{Antall elever fra Granstangen} = 720 \text{ elever} \cdot 0,18 = 129,6 \text{ elever} \approx 130 \text{ elever}$$

Du velger selv hvilken metode du ønsker å bruke. Det er imidlertid greit å vite hvilke metoder du kan bruke på de ulike digitale hjelpemidlene:

Digitale hjelpemidler	Prosentfaktoren	Prosenten
ExCel	✓	✓
GeoGebra	✓	✓
CAS	✓	✓
Kalkulator	✓	Ikke alle

Oppgave 8

Regn oppgavene nedenfor ved hjelp av kalkulator. Du velger selv om du ønsker å bruke **prosenten** eller **prosentfaktoren**, men prøv gjerne begge metodene.

- | | | |
|------------------|-------------------|---------------------|
| a) 35 % av 400 | b) 28 % av 1 200 | c) 40 % av 35 600 |
| d) 8 % av 92 400 | e) 6,4 % av 7 600 | f) 0,8 % av 159 200 |

Oppgave 9

Espen sparer 12 % av lønna si for å bruke på en lengre reise. Han har 15 000 kr i månedslønn.

Hvor mye sparer han hver måned?

Oppgave 10

Mari får 25 % ekstra i timelønn når hun arbeider etter kl. 16 på hverdager, og 75 % ekstra i timelønn når hun arbeider på lørdager. Hennes ordinære timelønn er 160 kr.

- Hvor høyt er tillegget hennes etter kl. 16 på hverdager?
- Hvor høyt er tillegget hennes på lørdager?

Oppgave 11

Et eiendomsfirma tar 5 % av salgsprisen ved salg av en bolig. Av dette får eiendomsmegleren 4% i lønn.

Hvor mye får eiendomsmegleren i lønn dersom hen selger en bolig til 2 000 000 kr?



Oppgave 12

En klesbutikk ville selge unna beholdningen av sommerkolleksjonen, og alle varene skal selges med 30 % rabatt.

	A	B	C
1	Vare	Pris	Rabatt
2	Ankelsokker	kr 59	
3	Bluse	kr 99	
4	Caps	kr 149	
5	Kort kjole	kr 199	
6	Lang kjole	kr 299	
7	Linskjorte	kr 249	
8	Pique-skjorte	kr 299	
9	Sandaler	kr 269	
10	Shorts	kr 399	
11	Skjørt	kr 159	
12	Solbriller	kr 499	
13	Solkrem	kr 169	
14	T-skjorte	kr 99	
15	Vannflaske	kr 149	

Lag et regneark som vist til ovenfor som kan brukes til å regne rabatten på hver enkelt vare. I de grønne rutene skal du skrive formler.

En eksamensoppgave



Angelica har laget blåbærssaft. Saften inneholder 10 % sukker. Angelica synes saften er sur og vil lage en ny saftblanding med 50 % mer sukker.

Hvor mange prosent sukker vil den nye saftblandingen inneholde?

Oppgave 13

En klesbutikk ville selge unna beholdningen av sommerkolleksjonen, og alle varene skal selges med 30 % rabatt.

	A	B	C
1	Rabatt	30 %	
2	Vare	Pris	Rabatt
3	Ankelsokker	kr 59	
4	Bluse	kr 99	
5	Caps	kr 149	
6	Kort kjole	kr 199	
7	Lang kjole	kr 299	
8	Linskjorte	kr 249	
9	Pique-skjorte	kr 299	
10	Sandaler	kr 269	
11	Shorts	kr 399	
12	Skjørt	kr 159	
13	Solbriller	kr 499	
14	Solkrem	kr 169	
15	T-skjorte	kr 99	
16	Vannflaske	kr 149	

Lag et regneark som vist til venstre som kan brukes til å regne rabatten på hver enkelt vare.

I rute C3 skal du skrive en formel som kan kopieres helt ned til rute C16.

En eksamensoppgave

For å reise til flyplassen kan Herman ta flybussen eller bybanen. Flybussen koster 100 kroner, og bybanen koster 40 kroner.

- Hvor mange prosent billigere er bybanen sammenlignet med flybussen?
- Hvor mange prosent dyrere er flybussen sammenlignet med bybanen?

En eksamensoppgave

	A	B	C	D	E	F
1	Lunsj på nett					
2						
3	Kunde	<input type="text"/>				
4						
5						
6	Lunsj					
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon	Totalt		
8	Dagens pasta	<input type="text"/>	kr 100,00	<input type="text"/>		
9	Dagens suppe	<input type="text"/>	kr 80,00	<input type="text"/>		
10	Dagens bagett	<input type="text"/>	kr 110,00	<input type="text"/>		
11						
12	Sum	<input type="text"/>		<input type="text"/>		
13						
14						
15			Rabatt (kroner)	<input type="text"/>		
16						
17	Levering					
18						
19	Antall km	<input type="text"/>		Pris for levering	<input type="text"/>	
20						
21						
22	Å betale totalt	<input type="text"/>				

«Lunsj på nett» er et firma som lager og leverer ferdige lunsjretter.

Kundene kan velge mellom tre retter:

- Dagens pasta koster 100 kroner
- Dagen suppe koster 80 kroner
- Dagens bagett koster 110 kroner

«Lunsj på nett» gir 10 % rabatt til kunder som bestiller flere enn fire lunsjretter.

Levering koster 70 kroner for avstander som er kortere enn 8 km.

For lengre avstander er prisen 150 kroner

Lag et regneark som «Lunsj på nett» kan bruke for å registrere en bestilling.

Når bestillingen er registrert, skal regnearket beregne hvor mye kunden skal betale.

I de hvite cellene skal «Lunsj på nett» registrere opplysninger når de tar imot en bestilling. I de grønne cellene skal du lage formler.

Sammenligne procenter – prosentpoeng

Hvilken av disse påstandene er riktige, og hva må forandres i den gale påstanden for at den skal bli riktig?

- 60 % er 20 % mer enn 40 %
 60 % er 50 % mer enn 40 %

Den riktige påstanden er påstand nummer to; 60 % er 50 % mer enn 40 %.

For at den første påstanden skal være riktig, må den skrives slik:
60 % er 20 **prosentpoeng** mer enn 40 %.

Dersom vi ønsker å beskrive **forskjellen** mellom to **procenter**, bruker vi begrepet **prosentpoeng**.

Prosentpoeng = den ene prosenten – den andre prosenten

En familie med el-bil skal på kjøretur. Ved oppstart viser måleren at batteriet er 80 % fulladet. Etter en times kjøring har batterinivået sunket til 60 %. Dette betyr at batterinivået har sunket med:

- $80 - 60 = 20$ **prosentpoeng**.
- $\frac{20}{80} = 0,25 = 25$ **prosent**

Oppgave 14

Batterinivået på en telefon var på 36 %. Etter en stund hadde nivået sunket til 28 %.

Beskriv nedgangen både i **prosentpoeng** og **prosent**.

Oppgave 15

Ved Stortingsvalget 2017 oppnådde MDG en oppslutning på 3,2 %. Det er viktig for et parti å komme over sperregrensa på 4 %.

- Med hvor mange **prosentpoeng** må oppslutningen til MDG øke for å oppnå dette?
- Med hvor mange **prosent** må oppslutningen til MDG øke for å oppnå dette?

En eksamensoppgave

Renta på et lån steg fra 2,0 % til 2,2 %.

- Hvor mange prosentpoeng steg renta med?
- Hvor mange prosent steg renta med?

Presentasjonsoppgave

I regnearket nedenfor finner du informasjon om resultatet ved Stortingsvalget i 2013 og i 2017.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	År	Stemmeberettigede	Antall avgitte stemmer	Valgdeltakelse %				
2	2013	3641994	2848903					
3	2017	3762746	2926836					
4								
5								
6		2013		2017		Endring fra 2013 til 2017		
7	Parti	Andel	Antall stemmer	Andel	Antall stemmer	Antall stemmer	Prosentpoeng	Prosent
8	R	1,1 %		2,4 %				
9	SV	4,1 %		6,0 %				
10	AP	30,8 %		27,4 %				
11	SP	5,5 %		10,3 %				
12	MDG	2,8 %		3,2 %				
13	KRF	5,6 %		4,2 %				
14	V	5,2 %		4,4 %				
15	Høyre	26,8 %		25,0 %				
16	FrP	16,3 %		15,2 %				
17	Andre	1,8 %		1,9 %				
18	Sum							

Lag et regneark som vist ovenfor. I de grønne rutene skal du lage formler.

Bruk regnearket til å finne:

- Antall stemmer hvert parti oppnådde ved hvert av valgene.
- Hvert partis **prosentvise** oppslutning ved hvert av valgene.
- Valgdeltakelse i **prosent**
- Endringen i valgresultatene i 2013 og 2017 for alle partiene. Endringen skal vises både i antall stemmer, **prosentpoeng** og **prosent**.

Lag en presentasjon med fokus på endringene mellom Stortingsvalget i 2013 og 2017.

I presentasjonen bør du ha med:

- Kommentarer om interessante funn
- Diagrammer som viser både resultat og endringer

Ekspontiell utvikling: $y = a \cdot b^x$

Dersom y **endres** fra et startpunkt med en fast **prosent** for hver gang x øker med 1, sier vi at **utviklingen** er **eksponensiell**. Både startpunktet og den faste prosenten har en praktisk betydning, og du vil bli bedt om å kommentere begge.

For å kunne forstå **eksponentielle modeller**, må du først arbeide med **vekstfaktor**.

Prosentvis endring – vekstfaktor

Det er vanlig at prisen på de fleste varer og tjenester øker for hvert år. Siden varer og tjenester med høy pris vil øke med et høyere kronebeløp enn varer og tjenester med lav pris, er det vanlig å beskrive prisveksten med et **prosenttall**.



Vi anser den **opprinnelige** prisen på hver enkelt vare til å være 100 %. I 2021 er den antatte prisveksten på 2,6 %. Det betyr at i gjennomsnitt blir alle varer og tjenester 2,6 % dyrere enn de var ved inngangen til 2021.

Dette betyr at ved utgangen av 2021 har prisen på varer og tjenester steget til 102,6 % i forhold til prisen ved inngangen til 2021. Dette kaller vi **ny verdi i prosent**.

Endringen i prosent kan også være negativ. Som en følge av koronapandemien sank antall pasienter med døgnopphold på norske sykehus med 7 % i 2020, ifølge SSB.

Vi anser det **opprinnelige** antall pasienter med døgnopphold til å være 100 %. Med en nedgang på 7 %, vil **ny verdi i prosent** være 93 %. Det betyr at antall pasienter med døgnopphold i 2020 var 93 % i forhold til antall pasienter med døgnopphold i 2019.

Finne vekstfaktoren

$$100 \% \pm \text{endring } i \% = \text{ny verdi } i \%$$

I forrige kapittel lærte du å gjøre **prosenttallet** om til et **desimaltall**. Det er dette **desimaltallet** vi kaller **vekstfaktor**

$$\frac{\text{ny verdi } i \%}{100 \%} = \text{vekstfaktor}$$

Oppgave 16

Fyll ut tabellen nedenfor. Ta utgangspunkt i at **opprinnelig verdi** er 100 %.

-7 %	=	93 %	=	0,93	=		=	0,978
+ 7 %	=	107 %	=	1,07	+ 0,4 %	=		=
- 7,5 %	=		=		- 17,5 %	=		=
+ 12,3%	=		=			=	300 %	=
+ 20 %	=		=			=		= 3,5
- 10 %	=		=		- 100 %	=		=
	=		=	0,87	- 1,2 %	=		=
	=	140 %	=			=		= 1,007
+ 100 %	=		=			=	100,2 %	=
	=	70 %	=		- 25 %	=		=

Oppgave 17

Beskriv sammenhengen mellom vekstfaktor og prosentvis endring med dine egne ord:

Bruke vekstfaktoren

Dersom vi får opplyst **startverdi** og **endringen i prosent**, kan vi regne **ny verdi** ved hjelp av følgende **regnemetode**:

$$\text{Startverdi} \cdot \text{ny verdi i \%} = \text{ny verdi}$$

I oppgave 13 trente du på å gjøre **prosent** om til **desimaltall**. Dersom vi bruker **desimaltallet** i utregningen istedenfor **prosenten**, bruker vi ordet **vekstfaktor** om **desimaltallet**. Da får vi følgende **regnemetode**:

$$\text{Startverdi} \cdot \text{vekstfaktor} = \text{ny verdi}$$

Anta at en vare i 2020 kostet 143 kroner, og at prisen steg med 2,6 % i løpet av 2021. For å finne prisen i 2021 kan vi enten multiplisere med **ny verdi i prosent**:

$$\text{Pris 2021} = 143\text{kr} \cdot 102,6 \% \approx 147 \text{ kr}$$

eller ved å multiplisere med **vekstfaktoren**:

$$\text{Pris 2021} = 143\text{kr} \cdot 1,026 \approx 147 \text{ kr}$$

I 2019 ble det registrert omtrent 750 000 pasienter med døgnopphold på norske sykehus. I 2020 var dette antallet 7 % lavere. For å finne antall pasienter med døgnopphold i 2021 kan vi enten multiplisere med **ny verdi i prosent**:

$$\text{Antall pasienter med døgnopphold 2020} = 750\,000 \cdot 93 \% = 697\,500$$

eller ved å multiplisere med **vekstfaktoren**:

$$\text{Antall pasienter med døgnopphold 2020} = 750\,000 \cdot 0,93 = 697\,500$$

Du velger selv hvilken metode du ønsker å bruke. Det er imidlertid greit å vite hvilke metoder du kan bruke på de ulike digitale hjelpemidlene:

Digitale hjelpemidler	Vekstfaktoren	Ny verdi i %
ExCel	✓	✓
GeoGebra	✓	✓
CAS	✓	✓
Kalkulator	✓	Ikke alle

Løs noen av oppgavene nedenfor ved hjelp av ExCel og CAS.

Oppgave 18

I 2018 ble en leilighet kjøpt for 2 450 000 kr. I 2021 hadde verdien av leiligheten steget med 15 %. Hvor høy er verdien av leiligheten i 2021?

Oppgave 19

Nypris på en moped var 12 000 kr. Etter ett år hadde verdien sunket med 20 %. Hva var verdien på mopeden etter ett år?

Oppgave 20

Hanne har en timelønn på 160 kr. Hun blir lovet en lønnsøkning på 4,3 %. Hva blir den nye timelønna hennes?

Oppgave 21

Prisen på en aksje var 68 kr. Dagen etter hadde verdien sunket med 2,8 %. Hva ble den nye verdien på denne aksjen?

Oppgave 22

En familie kjøpte en leilighet i 2008 for 1,8 millioner kroner. De antar at leilighetens verdi har steget med 150 % frem til i dag. Hvor høy er verdien på leiligheten dersom familien har rett?

Oppgave 23

- a) I januar 2019 kjøpte en person akser for et visst beløp. Verdien på aksjene kunne i juni beregnes utfra regnestykket $15\ 000 \cdot 1,05$. Hva forteller tallene 15 000 og 1,05?
- b) Høsten 2020 startet et visst antall elever på VG1. Antall elever som fullførte året kan beregnes utfra regnestykket $140 \cdot 0,875$. Hva forteller tallene 140 og 0,875?

Flere prosentvise endringer

Vi må forvente at prisen på varer og tjenester fortsetter å øke i årene som kommer. For hver prisstigning må vi multiplisere den nye prisen med **vekstfaktoren**. Selv om **endringen i prosent** er lik for hvert år, vil prisstigningen i kroner bli høyere for hvert år.

Anta at varen som kostet 147 kroner i 2021 øker med 2,6 % hvert år de neste 4 årene. For hver prisendring må vi multiplisere med **vekstfaktoren**, noe som gir dette regnestykket:

$$\text{Pris etter 4 endringer} = 147 \text{ kr} \cdot \underbrace{1,026 \cdot 1,026 \cdot 1,026 \cdot 1,026}_{\text{Dette kan forenkles ved hjelp av potens}} \approx 163 \text{ kr}$$

Dette kan forenkles ved hjelp av potens

Vi får dermed:

$$\text{Pris etter 4 endringer} = 147 \text{ kr} \cdot 1,026^4 \approx 163 \text{ kr}$$

Anta at antall pasienter med døgnopphold ved norske sykehus fortsetter å synke med 7 % hvert år i de neste tre årene. Vi kan dermed regne ut at

$$\text{Antall pasienter med døgnopphold} = 697\,500 \cdot 0,93^3 = 561\,039$$

Vi kan regne ut **ny verdi** etter den siste **prosentvise endringen** ved hjelp av følgende **regnemetode**:

$$\text{Startverdi} \cdot \text{vekstfaktor}^x = \text{ny verdi}$$

der x ertattes av antall endringer

Du legger kanskje merke til at vi kun har vist utregning ved hjelp av **vekstfaktoren**, og ikke ved hjelp av **ny verdi i prosent**? Grunnen ser du her:

Digitale hjelpemidler	Vekstfaktoren	Ny verdi i %	Kalkulator lar deg ikke bruke prosenttall ved potensregning
ExCel	✓	✓	
GeoGebra	✓	✓	
CAS	✓	✓	
Kalkulator	✓	✗	

Løs noen av oppgavene nedenfor ved hjelp av ExCel og CAS.

Oppgave 24

Hvis vi setter 10 000 kr i banken 1. januar, vil vi etter ett år få *renter* av pengene slik at beløpet på kontoen øker. Renten er en bergenes prosentvis av det beløpet vi har på kontoen.

Hvor mye vil vi ha på kontoen etter 5 år dersom renta er på 3 % per år?

Oppgave 25

En bærbar PC koster 9800 kr som ny. Vi regner med at verdien minker med 25 % i året. Hvor mye er PC-en verdt etter 4 år?

Oppgave 26

Anta at en aksje, som i dag er verdt 118 kr, stiger med 2 % hver dag den neste uka. Hvor høy er verdien på aksjen etter en uke (7 dager)?

Oppgave 27

Knut kjøper en bil, og han vet at bilens verdi synker en viss prosentandel hvert år. Han ser for seg å beholde bilen i noen år, og han lager følgende regnestykke for å beregne hvor mye han kan selge bilen for:

$$\text{Salgspris} = 320\,000 \cdot 0,85^4$$

Hvor mye kjøpte Knut bilen for, hvor mange prosent antar Knut at verdien synker hvert år, og hvor mange år tenker Knut å beholde bilen før han selger den?

Hvor mye regner Knut å selge bilen for?

En eksamensoppgave

En bakterie formerer seg ved todeling (dabling) hvert 20. minutt.

Det vil si at om det i starten er én bakterie, vil det etter 20 minutter være 2 bakterier, etter 40 minutter være 4 bakterier osv.

Hvor mange bakterier vil det være etter 12 timer?

En eksamensoppgave

Verdifallet utgjør bilens største kostnad, særlig det første året, enten bilen er kjøpt ny eller brukt.

Verdifallet utgjør bilen største kostnad. Verdifallet er i de aller fleste tilfellene størst det første året. For en nybil kan du forvente 20 prosent første året. Deretter om lag 14 prosent av bruktpriisen fra det andre året, synkende til 10 prosent det sjette året. Og fra det sjette året 10 prosent årlig.

Teksten ovenfor er hentet fra smartepenger.no.

Mathilde kjøpte en ny bil. Bilen kostet 390 000 kroner.

Mathilde vil lage en oversikt som viser bilens verdifall i prosent de første seks årene. Hvert år vil hun sammenligne bilens verdi med verdien året før. I tillegg vil hun hvert år sammenlikne bilens verdi med verdien da den var ny.

Hun har brukt tallene fra smartepenger.no, og satt opp et regneark som vist nedenfor.

	A	B	C
1	Verdifall i prosent		
2	År	Sammenliknet med verdien året før	Sammenliknet med verdien som ny
3	1	20 %	20 %
4	2	14 %	31 %
5	3	13 %	
6	4	12 %	
7	5	11 %	
8	6	10 %	

- Vis hvordan Mathilde kan ha kommet frem til 31 % i celle C4.
- Lag regnearket og legg inn formler for å regne ut verdier i de grønne cellene.

Mathilde vil også ha en oversikt som viser verdifallet i kroner for bilen hun kjøpte. Hvert år skal oversikten vise verdifallet fra året før. I tillegg skal den for hvert år vise verdifallet i kroner fra da bilen var ny.

- Utvid regnearket fra oppgave b) slik at du også får med en slik oversikt.

En eksamensoppgave

Synne og Thea prøver å løse denne oppgaven.

Verdien av en båt har avtatt med 4 % hvert år de 8 siste årene.
I dag er båtens verdi 45 000 kroner.
Hva var båtens verdi for 8 år siden?



Kommenter det Synne og Thea sier, og forklar dem hvordan de kan løse oppgaven.

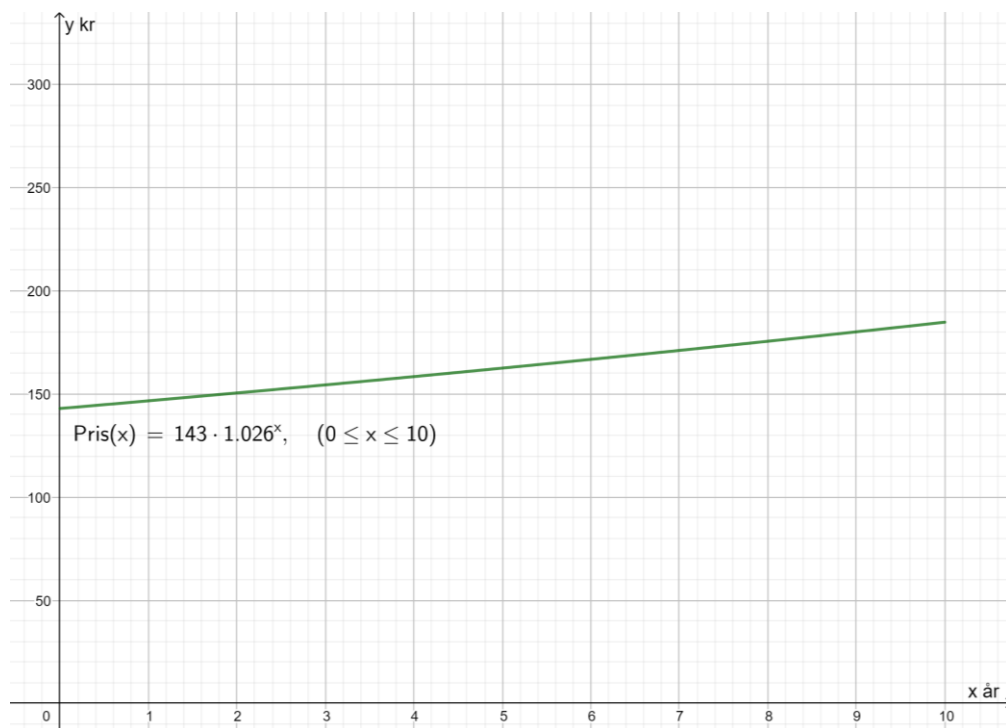
Ukjent antall endringer – eksponentiell utvikling

På de forrige sidene har vi sett på hvordan vi regner **ny verdi** etter et bestemt antall **prosentvise endringer**. Dersom vi ønsker å lage en **regnemetode** som gir oss mulighet til å finne **ny verdi** etter et ukjent antall **endringer**, må vi erstatte det kjente antallet **endringer** med variabelen x .

Nedenfor har vi beskrevet utviklingen i pris for varen fra tidligere eksempler.

Opprinnelig beløp	Etter 1 år	Etter 2 år	Etter 3 år	Etter x år
143 kr	$143 \cdot 1,026^1$	$143 \cdot 1,026^2$	$143 \cdot 1,026^3$	$143 \cdot 1,026^x$

Grafisk vil utviklingen 10 år fremover se slik ut:



Funksjonsuttrykket $143 \cdot 1,026^x$ er skrevet på formen $y = a \cdot b^x$.

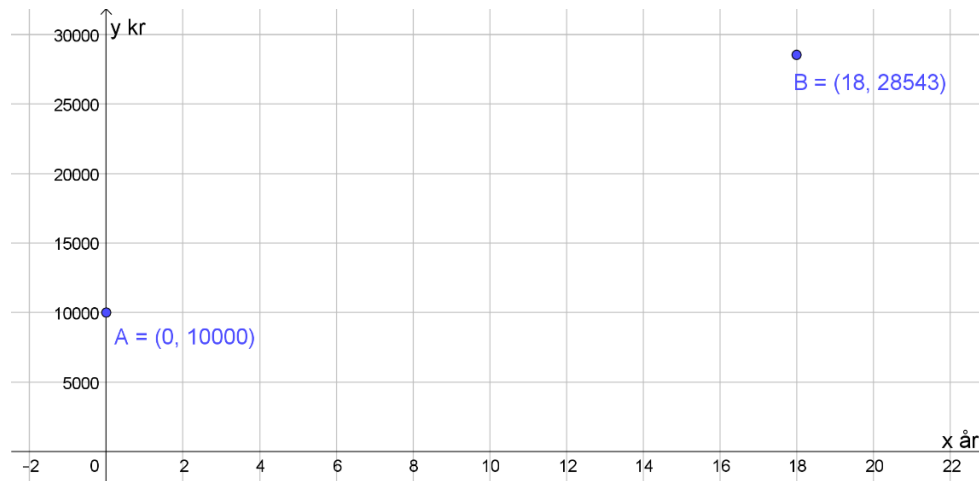
143 er **funksjonens opprinnelige verdi**, og forkortes a

1,026 er **funksjonens vekstfaktor**, og forkortes b.

I oppgaver vil du bli bedt om å tolke **funksjonsuttrykket**.

Ekspontiell utvikling utfra punkter

Tenk deg at foreldrene til et nyfødt barn satte inn et beløp i et aksjefond da barnet ble født. Foreldrene forventer at verdien til aksjefondet stiger frem til barnet blir 18 år.



Kan **punktene i koordinatsystemet** ovenfor brukes til å finne aksjefondets årlige verdiøkning, dersom aksjefondet har steget med en fast **prosent** hvert år?

Vi skriver punktene inn i regnearket i GeoGebra, og ber GeoGebra utføre en regresjonsanalyse. Deretter velger vi en eksponentiell modell, og får dette funksjonsuttrykket:

Regresjonsmodell

Ekspontiell $y = 10000 \cdot 1.06^x$

Symbolisk utregning: $x =$ $y =$

Funksjonsuttrykket gir oss denne informasjonen:

10 000 er det opprinnelige beløpet foreldrene plasserte i aksjefondet da barnet ble født.

1,06 = 106 %, som betyr 6 % årlig verdiøkning.

Også her kan du bli bedt om å finne **tilhørende** x - og y - **verdier**, og det gjøres på samme måte som tidligere.

Oppgave 28

En nyåpnet videregående skole presenterte følgende elevtall for to utvalgte år etter oppstart:

År etter oppstart	1	3
Elevtall	620	680

Skolens ledelse antar at utviklingen i skolens elevtall kan beskrives med en prosentvis endring som er gyldig i noen år fremover.

Bruk tallene i tabellen til å lage en modell som kan brukes til å beskrive utviklingen i skolens elevtall. Hva forteller modellen om den prosentvise endringen per år i skolens elevtall?

Oppgave 29

Ved en annen nyåpnet videregående skole så elevtallet slik ut i to utvalgte år:

År etter oppstart	1	3
Elevtall	1420	1217

Skolens ledelse antar at utviklingen i skolens elevtall kan beskrives med en prosentvis endring som er gyldig i noen år fremover.

Bruk tallene i tabellen til å lage en modell som kan brukes til å beskrive utviklingen i skolens elevtall. Hva forteller modellen om den prosentvise endringen per år i skolens elevtall?

En eksamensoppgave

Tabellen nedenfor viser antall innbyggere i Norge 1. januar noen utvalgte år.

År	1960	1970	1980	1990	2000	2010	2017
Innbyggere (millioner)	3,57	3,86	4,08	4,23	4,47	4,85	5,25

La x være antall år etter 1960. (La $x = 0$ svare til år 1960, $x = 10$ til 1970 osv.)

Før du begynner med oppgavene nedenfor må du regne ut x - verdiene til alle årstallene.

Vis at $f(x) = 3,57 \cdot 1,006^x$ er en modell som passer godt med tallene i tabellen. Hva forteller tallet 1,006 i denne modellen?

En eksamensoppgave

Dato	1. juni	1. juli	1. august	1. september
Antall tusen registrert smittet	6278	10 660	17 837	25 761

Tabellen viser antall tusen personer som totalt var registrert smittet av covid-19 noen dager i 2020.

La $x = 1$ svare til 1. juni, $x = 2$ til 1. juli, $x = 3$ til 1. august og $x = 4$ til 1. september.

a) Bruk regresjon til å vise at funksjonen f gitt ved

$$f(x) = 4038 \cdot 1,608^x$$

kan brukes som en modell for antall tusen personer som totalt var registrert smittet måned for måned i denne perioden.

b) Hvor mange prosent økte det totale antallet registrert smittede personer med per måned ifølge modellen?

Ekspontiell utvikling utfra funksjonsuttrykk

Tenk deg at du kjøper en moped når du blir 16 år, og selger denne når du blir 20 år. I hvert av de fire årene du eier mopeden, vil mopedens **verdi** synke med en fast prosent.

Funksjonen

$$M(x) = 15000 \cdot 0.85^x, \quad 0 \leq x \leq 4$$

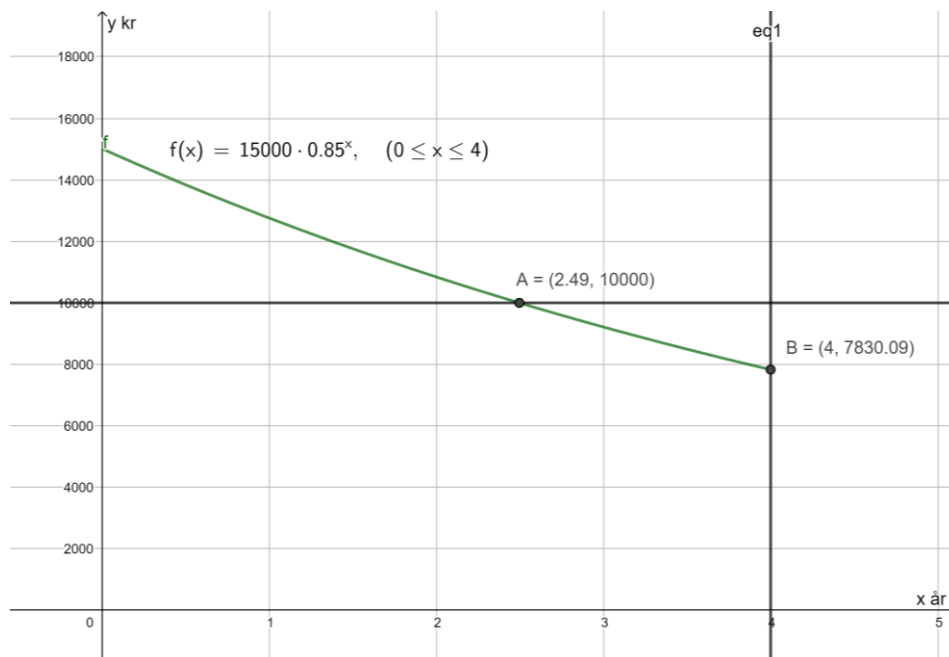
kan brukes til å beregne mopedens **verdi** $M(x)$ kroner x år etter at du kjøpte den.

Hvilken interessant informasjon kan vi finne ved hjelp av **funksjonsuttrykket**?

- **Opprinnelig verdi** er 15000. Dette er summen du kjøper mopeden for.
- **Vekstfaktoren** er 0,85. Dette betyr at mopedens verdi synker med 15 % i året
- $0 \leq x \leq 4$ er **funksjonens** avgrensning. Dette betyr at funksjonen er gyldig for x - verdier mellom 0 og 4.

Ved å tegne **graf**en i GeoGebra, kan vi finne ut at:

- **Punkt A** forteller at du må selge mopeden innen 2 år dersom du ønsker å selge den for minst 10 000 kr. Fremgangsmåte: skrev $y = 10000$, brukte «skjæring mellom to objekt».
- **Punkt B** forteller at forventet salgsverdi om 4 år er omtrent 7 800 kroner. Dette betyr at du må forvente et verditap på omtrent 7 200 kroner på dette kjøpet. Fremgangsmåte: skrev $x = 4$, brukte «skjæring mellom to objekt».



Oppgave 30

En familie kjøper en bil.



Funksjonen

$$f(x) = 420000 \cdot 0,82^x, \quad 0 \leq x \leq 8$$

kan brukes til å beregne bilens verdi $f(x)$ kroner x år etter kjøpet av bilen, og frem til familien planlegger å selge bilen.

Bruk funksjonsuttrykket og grafen til å finne interessant informasjon om bilens verdi.

Oppgave 31

Familien kjøpte samtidig en leilighet.

Funksjonen

$$L(x) = 3480000 \cdot 1,08^x, \quad 0 \leq x \leq 15$$

kan brukes til å beregne leilighetens verdi $L(x)$ kroner x år etter kjøpet av leiligheten, og frem til familien planlegger å selge leiligheten.

Bruk funksjonsuttrykket og grafen til å finne interessant informasjon om leilighetens verdi.

Oppgave 32

Funksjonen N gitt ved

$$N(x) = 5,32 \cdot 10^6 \cdot 1,008^x \quad 0 \leq x \leq 9$$

kan brukes til å regne ut befolkningen $N(x)$ i Norge x år etter 1. januar 2021.

Bruk funksjonsuttrykket og grafen til å finne interessant informasjon om Norges befolkning.

Oppgave 33

Spørsmålet om hvor mange mennesker som kan leve på jorda har vært stilt en rekke ganger. Funksjonen gitt ved

$$F(x) = 7,83 \cdot 10^9 \cdot 1,0114^x \quad 0 \leq x \leq 10$$

kan brukes til å beregne folketallet på jorda x år etter 1. januar 2021.



Bruk funksjonsuttrykket og grafen til å finne interessant informasjon om verdens folketall.

Oppgave 34

Funksjonen O gitt ved

$$O(x) = 1,1 \cdot 10^{13} \cdot 1,063^x \quad 0 \leq x \leq 10$$

viser forventet verdi av Statens pensjonsfond utland (Oljefondet) $O(x)$ for x år etter 1. januar 2021.

Bruk funksjonsuttrykket og grafen til å finne interessant informasjon om Norges fondsformue.

Oppgave 35

En kopp med rykende varm kaffe settes på kjøkkenbenken. Funksjonen

$$T(x) = 73 \cdot 0,83^x + 20$$

er en modell som viser temperaturen $T(x)$ grader °C til kaffen, x minutter etter at koppen blir satt på kjøkkenbenken.



Tegn grafen til T . Gi en forklaring på tallene 0,83 og 20.

Hvilket gyldighetsområde vil du si at modellen kan ha?

Oppgave 36

Funksjonen O gitt ved

$$O(x) = 697000 \cdot 1,008^x$$

kan brukes til å beregne folketallet i Oslo x år fremover.

Gi en forklaring på tallene 697 000 og 1,008.

Hvilket gyldighetsområde vil du si at modellen kan ha?

Løsningsforslag

Oppgave 2						
Brøk	Desimal	Prosent		Brøk	Desimal	Prosent
$\frac{28}{100}$	0,28	28 %		$\frac{37}{56}$	0,66	66 %
$\frac{48}{100}$	0,48	48 %		$\frac{85}{127}$	0,67	67 %
$\frac{61}{100}$	0,61	61 %		$\frac{21}{18}$	1,17	117 %
$\frac{70}{100}$	0,7	70 %		$\frac{80}{100}$	0,8	80 %
$\frac{5}{100}$	0,05	5%		$\frac{90}{100}$	0,9	90 %
$\frac{37}{100}$	0,37	37 %		$\frac{7}{100}$	0,07	7 %
$\frac{8}{100}$	0,08	8 %		$\frac{113}{100}$	1,13	113 %

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
3	a) 54 % jenter b) 46 % gutter	9	1 800 kr/måned
4	Du sparer 25 %.	10	a) 40 kr ekstra b) 120 kr ekstra
5	Du sparer 33 %.	11	4 000 kr
6	a) 50 % rabatt b) Du sparer 17 %.	14	- 6 prosentpoeng = -17 %
7	37 %	15	0,8 prosentpoeng = 25 %
8	a) 140 b) 336 c) 14 240		
	d) 7 392 e) 486,4 f) 1 273,6		

Eksamensoppgave side 47

Eksamensoppgave side 47

$$\frac{3}{5} = 3 \cdot \frac{1}{5} = 3 \cdot 20 \% = \underline{60 \%}$$

$$\frac{1}{10} = \underline{10 \%}$$

$$100 \% - 60 \% - 10 \% = \underline{30 \%}$$

30 % av kulene er gule.

$$\frac{585}{1000} = \frac{58,5}{100}$$

58,5 % av ringen er gull.

Eksamensoppgave side 48

Siden økningen i antall elever er lik mellom hvert år, vil den prosentvise økningen være størst fra det året det var færrest elever. Det betyr at det er størst prosentvis økning fra 2018 til 2019.

Eksamensoppgave side 48

For enkelhets skyld kan vi sette opprinnelig pris på en flaske dusjsåpe til 100 kroner. Da vil tilbudene i hver av butikken bli slik:

Butikk	Sum	Ant. flasker	Pris per flaske.
A	200 kr	3	66,70 kr/flaske
B			70 kr/flaske
C	125 kr	2	62,50 kr/flaske
D	300 kr	5	60 kr/flaske

Butikk D har lavest pris per flaske, men der må du kjøpe 5 flasker for å oppnå denne prisen. Butikk B har høyest pris per flaske, men dette er den eneste av butikkene som tilbyr prisen selv om man kun kjøper en flaske.

Det blir dermed opp til deg å rangere tilbudene. Lønner det seg å kjøpe mange flasker for å oppnå lavest mulig pris per flaske?

Oppgave 12

	A	B	C
1	Vare	Pris	Rabatt
2	Ankelsokker	kr 59	kr 18
3	Bluse	kr 99	kr 30
4	Caps	kr 149	kr 45
5	Kort kjole	kr 199	kr 60
6	Lang kjole	kr 299	kr 90
7	Linskjorte	kr 249	kr 75
8	Pique-skjorte	kr 299	kr 90
9	Sandaler	kr 269	kr 81
10	Shorts	kr 399	kr 120
11	Skjørt	kr 159	kr 48
12	Solbriller	kr 499	kr 150
13	Solkrem	kr 169	kr 51
14	T-skjorte	kr 99	kr 30
15	Vannflaske	kr 149	kr 45

	A	B	C
1	Vare	Pris	Rabatt
2	Ankelsokker	59	=B2*30%
3	Bluse	99	=B3*30%
4	Caps	149	=B4*30%
5	Kort kjole	199	=B5*30%
6	Lang kjole	299	=B6*30%
7	Linskjorte	249	=B7*30%
8	Pique-skjorte	299	=B8*30%
9	Sandaler	269	=B9*30%
10	Shorts	399	=B10*30%
11	Skjørt	159	=B11*30%
12	Solbriller	499	=B12*30%
13	Solkrem	169	=B13*30%
14	T-skjorte	99	=B14*30%
15	Vannflaske	149	=B15*30%

Eksamensoppgave side 52

Saftblandingen består av en del sukker og ni deler ikke sukker. Dersom mengden sukker øker med 50 % betyr det at vi har 1,5 del sukker og ni deler ikke sukker. Det er totalt 10,5 deler.

$$\frac{1,5}{10,5} = 14,3$$

Den nye blandingen vil inneholde i overkant av 14 % sukker.

Oppgave 13

For å løse utfordringen har vi brukt «absolutt cellereferanse».

	A	B	C
1	Rabatt:	30 %	
2	Vare	Pris	Rabatt
3	Ankelsokker	kr 59	kr 18
4	Bluse	kr 99	kr 30
5	Caps	kr 149	kr 45
6	Kort kjole	kr 199	kr 60
7	Lang kjole	kr 299	kr 90
8	Linskjorte	kr 249	kr 75
9	Pique-skjorte	kr 299	kr 90
10	Sandaler	kr 269	kr 81
11	Shorts	kr 399	kr 120
12	Skjørt	kr 159	kr 48
13	Solbriller	kr 499	kr 150
14	Solkrem	kr 169	kr 51
15	T-skjorte	kr 99	kr 30
16	Vannflaske	kr 149	kr 45

	A	B	C
1	Rabatt:	0,3	
2	Vare	Pris	Rabatt
3	Ankelsokker	59	=B3*\$B\$1
4	Bluse	99	=B4*\$B\$1
5	Caps	149	=B5*\$B\$1
6	Kort kjole	199	=B6*\$B\$1
7	Lang kjole	299	=B7*\$B\$1
8	Linskjorte	249	=B8*\$B\$1
9	Pique-skjorte	299	=B9*\$B\$1
10	Sandaler	269	=B10*\$B\$1
11	Shorts	399	=B11*\$B\$1
12	Skjørt	159	=B12*\$B\$1
13	Solbriller	499	=B13*\$B\$1
14	Solkrem	169	=B14*\$B\$1
15	T-skjorte	99	=B15*\$B\$1
16	Vannflaske	149	=B16*\$B\$1

Eksamensoppgave side 53

Det er en prisforskjell på 60 kr mellom flybussen og bybanen.

a) $\frac{60}{100} = 60\%$. Bybanen er 60 % billigere enn flybussen

b) $\frac{60}{40} = 150\%$. Flybussen er 150 % dyrere enn bybanen

Eksamensoppgave side 53

	A	B	C	D	E	F
1	Lunsj på nett					
2						
3	Kunde	<input type="text" value="Snekker Andersen"/>				
4						
5						
6	Lunsj					
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon		Totalt	
8	Dagens pasta	<input type="text" value="1"/>	kr 100,00	kr	<input type="text" value="100,00"/>	
9	Dagens suppe	<input type="text" value="4"/>	kr 80,00	kr	<input type="text" value="320,00"/>	
10	Dagens bagett	<input type="text" value="1"/>	kr 110,00	kr	<input type="text" value="110,00"/>	
11						
12	Sum	<input type="text" value="6"/>		kr	<input type="text" value="530,00"/>	
13						
14						
15			Rabatt (kroner)	kr	<input type="text" value="53,00"/>	
16						
17	Levering					
18						
19	Antall km	<input type="text" value="8"/>		Pris for levering	kr	<input type="text" value="150,00"/>
20						
21						
22	Å betale totalt	<input type="text" value="kr 627,00"/>				

Jeg har laget regnearket og testet det for en kunde som kjøper 6 porsjoner og skal betale for levering når avstanden er 8 km. Under har jeg vist formlene som er brukt i regnearket.

	A	B	C	D	E	F
1	Lunsj på nett					
2						
3	Kunde	<input type="text" value="Snekker Andersen"/>				
4						
5						
6	Lunsj					
7		Antall porsjoner	Pris per porsjon		Totalt	
8	Dagens pasta	<input type="text" value="1"/>	100	=B8*C8		
9	Dagens suppe	<input type="text" value="4"/>	80	=B9*C9		
10	Dagens bagett	<input type="text" value="1"/>	110	=B10*C10		
11						
12	Sum	=SUMMER(B8:B10)		=SUMMER(D8:D10)		
13						
14						
15			Rabatt (kroner)	=HVIS(B12>4,D12*F2;0)		
16						
17	Levering					
18						
19	Antall km	<input type="text" value="8"/>		Pris for levering	=HVIS(B19<8,F3,F4)	
20						
21						
22	Å betale totalt	=D12-D15+E19				

Oppgave 16

-7 %	=	93 %	=	0,93	- 2,2 %	=	97,8 %	=	0,978
+ 7 %	=	107 %	=	1,07	+ 0,4 %	=	100,4 %	=	1,004
- 7,5 %	=	92,5 %	=	0,925	- 17,5 %	=	82,5 %	=	0,825
+ 12,3%	=	112,3	=	1,1123	+ 200 %	=	300 %	=	3
		%							
+ 20 %	=	120 %	=	1,2	+ 250 %	=	350 %	=	3,5
- 10 %	=	90 %	=	0,9	- 100 %	=	0 %	=	0
- 13 %	=	87 %	=	0,87	- 1,2 %	=	98,8 %	=	0,988
+ 40 %	=	140 %	=	1,4	+ 0,7 %	=	100,7 %	=	1,007
+ 100 %	=	200 %	=	2	+ 0,2 %	=	100,2 %	=	1,002
- 30 %	=	70 %	=	0,7	- 25 %	=	75 %	=	0,75

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
18	2 817 500 kr	24	11 592,74 kr
19	9 600 kr	25	3 100 kr
20	166,88 kr/time	26	135,54 kr
21	66,10 kr	27	Knut betalte 320 000 kr for bilen, han antar at bilens verdi synker med 15 % hvert år, og han skal selge bilen etter 5 år for omtrent 142 000 kroner.
22	4,5 millioner kroner		
23	a) 15 000 betyr kjøpesummen, 1,05 betyr en verdiøkning på 5 % b) 140 betyr antall elever ved skolestart. 0,875 betyr at 12,5 % har sluttet.		

Eksamensoppgave side 62

Dobling hvert 20. minutt betyr tre doblinger per time, som da blir 36 doblinger i løpet av 12 timer.

$$2^{36} = 68719476736$$

Det vil være 68 719 476 736 bakterier etter 12 timer. (altså ca.68,7 milliarder).

Eksamensoppgave side 63

a)

Ett verdifall på 20 % gir en vekstfaktor på 0,8. Et videre fall på 14 % gir et totalt fall på $0,8 \cdot 0,86 = 0,688$. $1 - 0,688 = 0,312 = 31\%$.

b) og c)

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4			Nybilpris	390000	kr			
5								
6				Verdifall i prosent		Verdfall i kroner		Bilens verdi
7			År	fra fjoråret	fra nyverdi	fra fjorår	fra nyverdi	
8			1	20 %	20.0 %	78000	78000	312000
9			2	14 %	31.2 %	43680	121680	268320
10			3	13 %	40.1 %	34882	156562	233438
11			4	12 %	47.3 %	28013	184574	205426
12			5	11 %	53.1 %	22597	207171	182829
13			6	10 %	57.8 %	18283	225454	164546

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2								
3								
4		Nybilpris	390000	kr				
5								
6				Verdifall i prosent		Verdfall i kroner		Bilens verdi
7		År	fra fjoråret	fra nyverdi	fra fjorår	fra nyverdi		
8		1	0.2	=D8	=D4*D8/100%	=F8		=D4-F8
9		2	0.14	=100%-(100%-E8)*(100%-D9)	=H8*D9	=G8+F9		=H8-F9
10		3	0.13	=100%-(100%-E9)*(100%-D10)	=H9*D10	=G9+F10		=H9-F10
11		4	0.12	=100%-(100%-E10)*(100%-D11)	=H10*D11	=G10+F11		=H10-F11
12		5	0.11	=100%-(100%-E11)*(100%-D12)	=H11*D12	=G11+F12		=H11-F12
13		6	0.1	=100%-(100%-E12)*(100%-D13)	=H12*D13	=G12+F13		=H12-F13
14								

Eksamensoppgave side 64

Synne har rett. Når noe minker med 4% er vekstfaktoren 0,96.

Thea, ja man kan bruke den vekstfaktoren. Siden verdien minker var den større for åtte år siden, enn i dag, så det har Thea rett i.

Dersom vi kaller båtens verdi for ått år siden for x får vi:

$$x \cdot 0,96^8 = 45000$$

$$x = 45000 \cdot 0,96^{-8}$$

$$x = 62400$$

For åtte år siden var båtens verdi rundt 62 000 kroner. (ikke noe poeng å regne på krona her, dette er også en modell for verdiutviklingen og svaret er ikke eksakt uansett antall desimaler).

Oppgave 28

Vekstfaktoren 1,05 forteller at antall elever øker med 5 % hvert år.

Oppgave 29

Vekstfaktoren 0,93 forteller at antall elever synker med 7 % hvert år.

Eksamensoppgave side 68

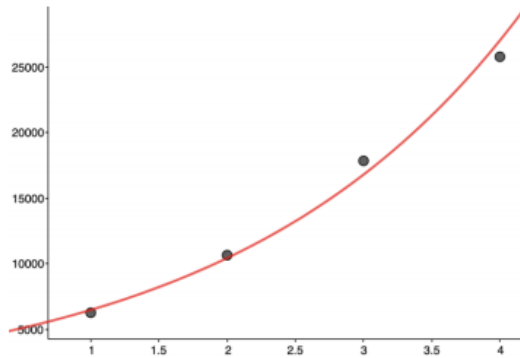
Har brukt regresjon til å vise at modellen passer godt med tallene i tabellen.
1,006 er en vekstfaktor, som forteller at folketallet i Norge øker med 0,6 % per år

Eksamensoppgave side 68

	A	B
1	1	6278
2	2	10660
3	3	17837
4	4	25761

X: A1:A4

Y: B1:B4



Regresjonsmodell

$$y = 4038.4858 \cdot 1.608^x$$

Eksponentiell

- b) Jeg ser at vekstfaktoren er 1,608.
Det betyr at antall registrert smittede økte med 60,8 % per måned.

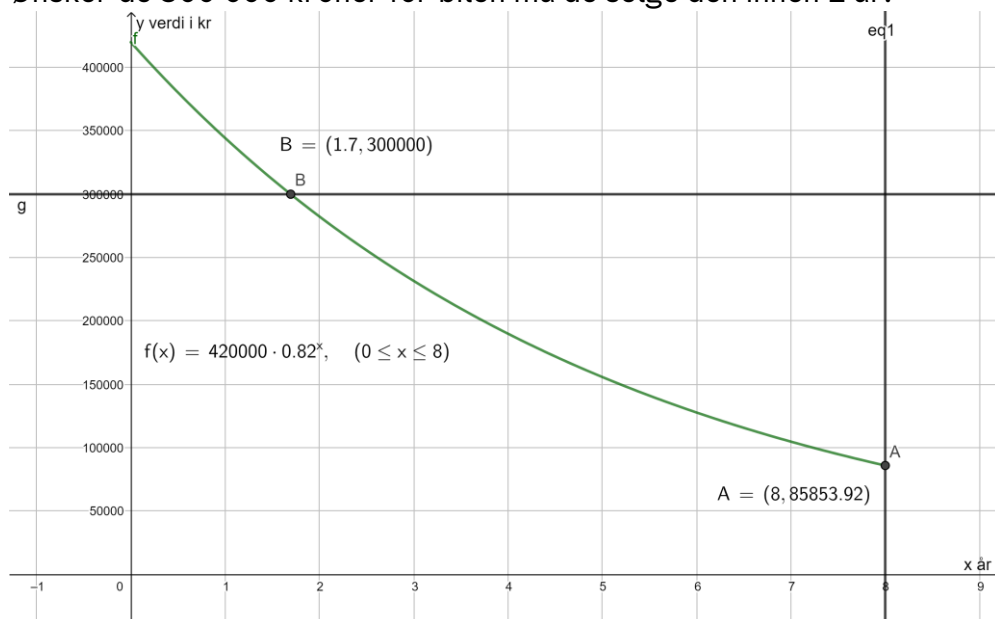
Oppgave 30

Forslag til interessant informasjon:

Funksjonsuttrykket forteller at familien betalte 420 000 kroner for bilen, og at bilens verdi synker med 18 % per år.

Familien kan forvente å få ca. 86 000 kroner for bilen dersom de selger bilen om 8 år.

Ønsker de 300 000 kroner for bilen må de selge den innen 2 år.



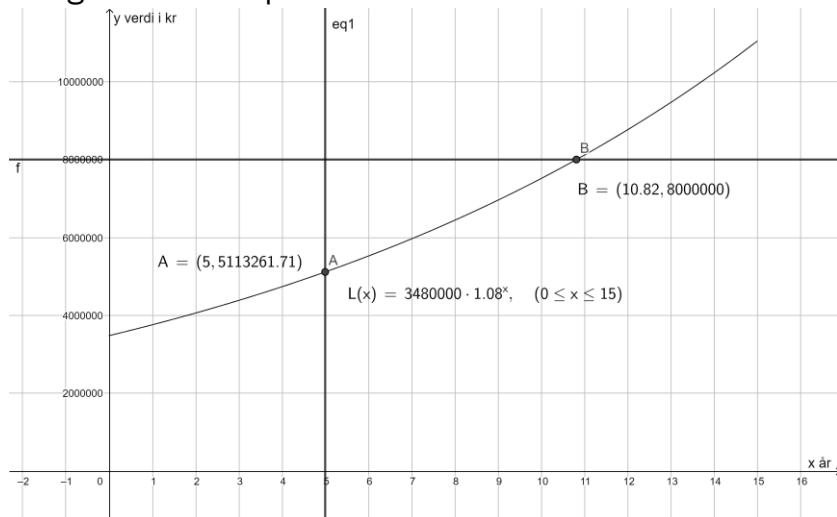
Oppgave 31

Forslag til interessant informasjon:

Funksjonsuttrykket forteller at familien betalte 3 480 000 kroner for leiligheten, og at leilighetens verdi øker med 8 % per år.

Etter 5 år er leilighetens verdi omtrent 5,1 millioner kroner.

Leilighetens verdi passerer 8 millioner kroner etter 11 år.



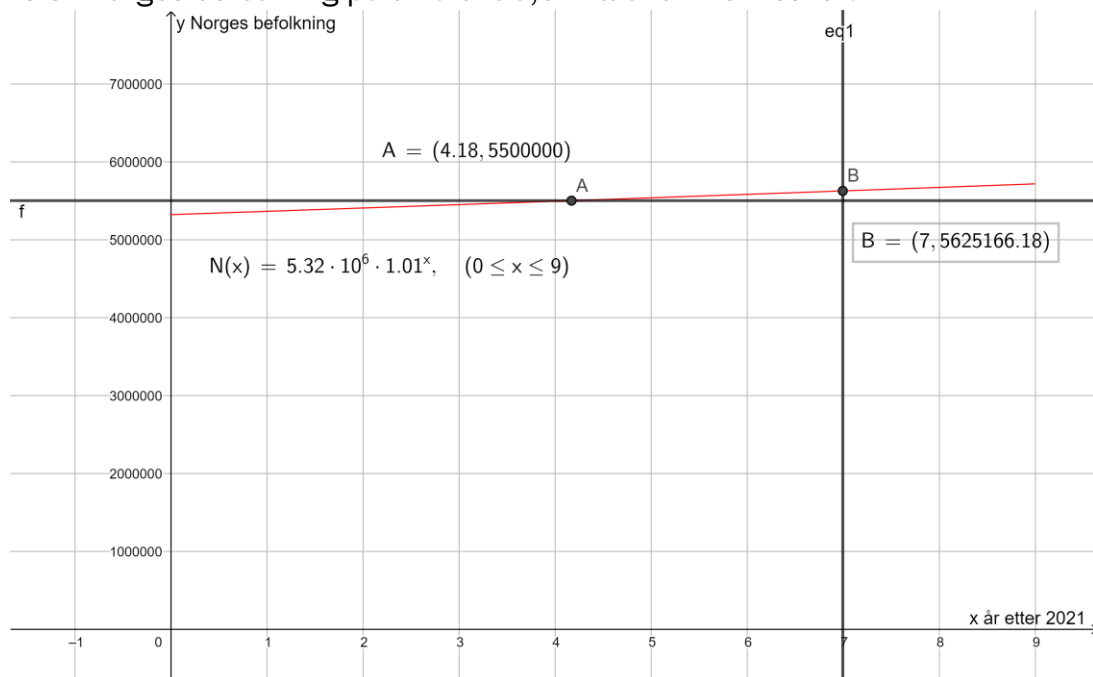
Oppgave 32

Forslag til interessant informasjon

Funksjonsuttrykket forteller at folketallet i Norge ved inngangen til 2021 er 5,32 millioner og at folketallet øker med 0,8 % per år.

Norges innbyggertall passerer 5,5 millioner i 2025.

I 2028 er Norges befolkning på omtrent 5,6 millioner mennesker.



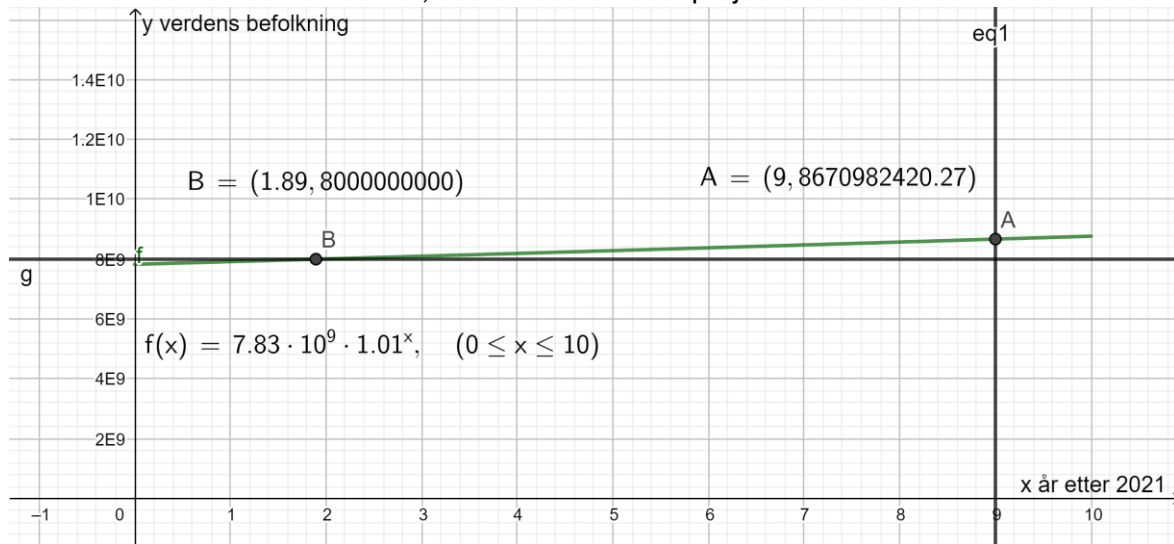
Oppgave 33

Forslag til interessant informasjon:

Funksjonsuttrykket forteller at folketallet i verden ved inngangen til 2021 er 7,83 milliarder og at folketallet øker med 1,14 % per år.

Jordens befolkning vil passere 8 mrd. i 2023.

I 2030 vil det være omtrent 8,7 mrd. mennesker på jorda

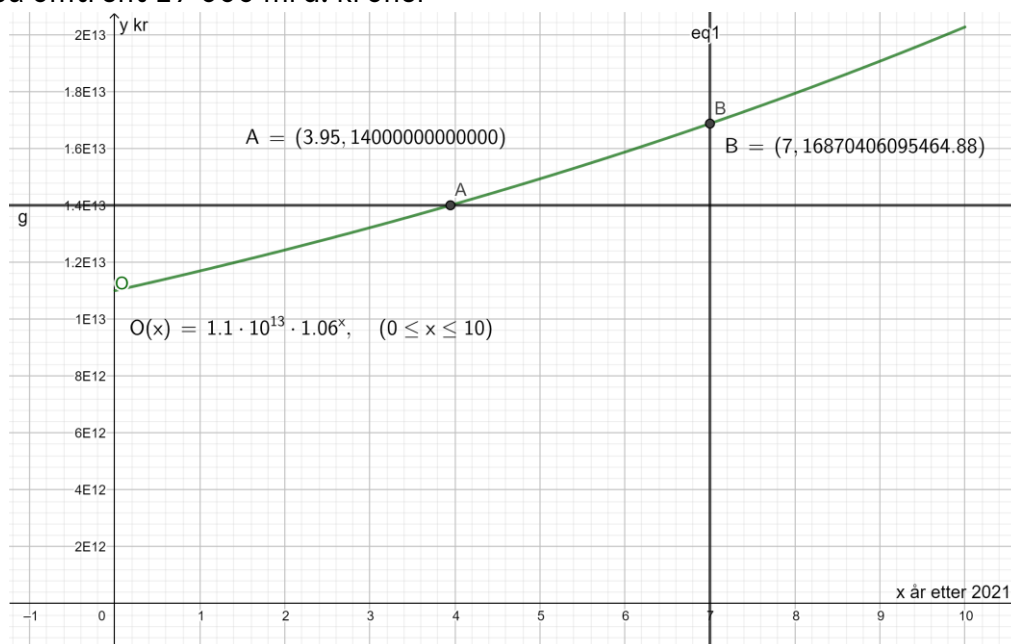


Oppgave 34

Forslag til interessant informasjon:

Funksjonsuttrykket forteller at verdien til Oljefondet inngangen til 2021 er på svimlende 11 000 milliarder kroner, og at verdien til Oljefondet øker med 6,3 % per år.

Oljefondets verdi passerer 14 000 mrd. kroner i 2025. I 2028 vil oljefondets verdi være på omtrent 17 000 mrd. kroner



Oppgave 35

Vekstfaktor på 0,83 betyr en nedgang i temperatur på 17 % per minutt. Tallet 20 indikerer romtemperatur, og funksjonsuttrykket er skrevet på denne måten for at verdien ikke skal synke under 20 grader. Modellen er dermed gyldig frem til romtemperaturen endres, eller kaffekoppen flyttes til en lokasjon med annen temperatur.

Oppgave 36

Funksjonsuttrykket forteller at Oslos innbyggertall er 697 000, og at innbyggertallet vil vokse med 0,8 % i årene fremover.

SSB spår følgende om antall innbyggere i Oslo i to utvalgte år:

Forventet utvikling



Befolkning i 2030
2030

745 187 innbyggere



Befolkning i 2050
2050

800 540 innbyggere

Kilde: <https://www.ssb.no/kommunefakta/oslo>

Sammenlignet med disse tallene er modellen troverdig frem til 2030, men viser for høyt folketall i 2050. Det betyr at modellen vil bli upålitelig etter 2030.