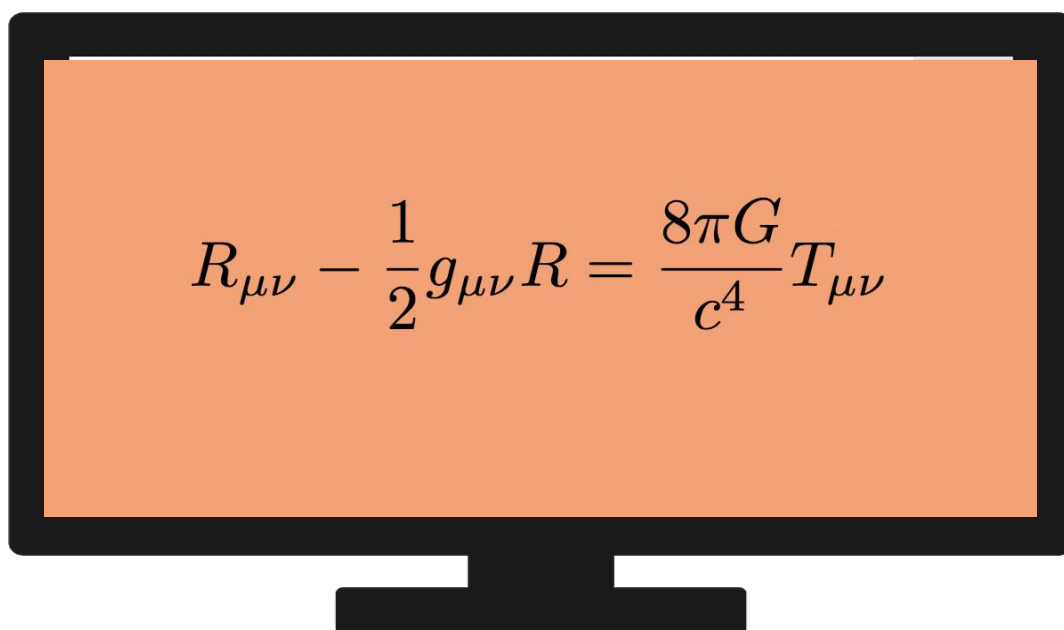


# Formler og digitale ferdigheter

A computer monitor with a black frame and a black stand. The screen is orange and displays the Einstein field equations in black text.
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

**Målet for opplæringen er at eleven skal kunne:**

- identifisere variable størrelser i ulike situasjoner, og bruke dem til utforsking og generalisering
- tolke og bruke formler som gjelder samfunnsliv og arbeidsliv
- bruke digitale verktøy i utforsking og problemløsning knyttet til egenskaper ved funksjoner, og diskutere løsningene

# Programmering

Gjennom de neste sidene blir du introdusert for grunnleggende programmering, og det du trenger for å lykkes med programmering i 1P.

Senere i skoleåret skal du bruke programmering til å løse faglige utfordringer.

## Hva er programmering?

Programmering handler om å gi PC-en informasjon, og deretter instruksjoner om hva som skal gjøres med informasjonen.

## Hvordan programmere?

Det finnes forskjellige programmer som kan brukes. Vi skal bruke en enkel nettversjon av Python, som du finner ved å skrive:

`trinket.io/python3`

Denne nettversjonen lar deg ikke lagre programmene du har laget. Dersom du ønsker å ta vare på noe du har laget, må du kopiere koden du har skrevet inn i et word-dokument.

## Oppgave 1

Opprett en mappe som heter "1P". Dersom du bytter fag til 1T kan du endre navnet på mappen ved en senere anledning.

Åpne mappen, og opprett en ny mappe som heter "Digitale ferdigheter".

Opprett et dokument som heter "Programmering". Lagre dette dokumentet i mappen "Digitale ferdigheter".

Her kan du lagre alle programkodene du ønsker å ta vare på.

## Hvorfor programmere?

Gjennom å programmere blir du trent i å tenke grundig gjennom alle prosesser som må gjøres for å løse en oppgave. Du må finne nødvendig informasjon skal brukes, vurdere hvilke regneoperasjoner som skal utføres, og hvilket svar som skal presenteres. Dette gjør at du får en bedre forståelse av matematikken du skal lære.

## Sentrale begreper

**Kode:** et sett med informasjon som PC-en kan forstå og instruksjoner som PC-en kan utføre

**Verdi:** tall eller "bokstaver". Bokstaver må skrives innenfor tegnene "".

**Variabel:** brukes for at PC-en skal huske verdier

**Instruksjoner:** oppgaver du kan gi til PC-en

## Litt mer om variabler

Du kan tenke på variabler som en boks hvor du kan legge informasjon til PC-en. En variabel skrives slik:

variabelnavn= en verdi (tall eller "bokstaver"), et regnestykke eller en annen variabel

**Viktig å skjønne: målet med et program er ofte å forandre på de opprinnelige verdiene, slik at resultatet er annerledes i starten.**

**Viktig å vite:** det finnes regler for variabelnavn som må følges.

1. Ingen spesialtegn, som ,.-\$!+ eller lignende
2. Ingen tall i starten av variabelnavnet
3. Ingen ord som blir brukt av Python. Disse ordene blir farget når du skriver dem i trinket. Eksempler:
  - i. print, if, else, for, while, min, max

Nedenfor ser du eksempler på noen variabler med verdier.

```
1  klasse="1STF"  
2  jenter=16  
3  gutter=14  
4  heleklassen=jenter+gutter  
5
```

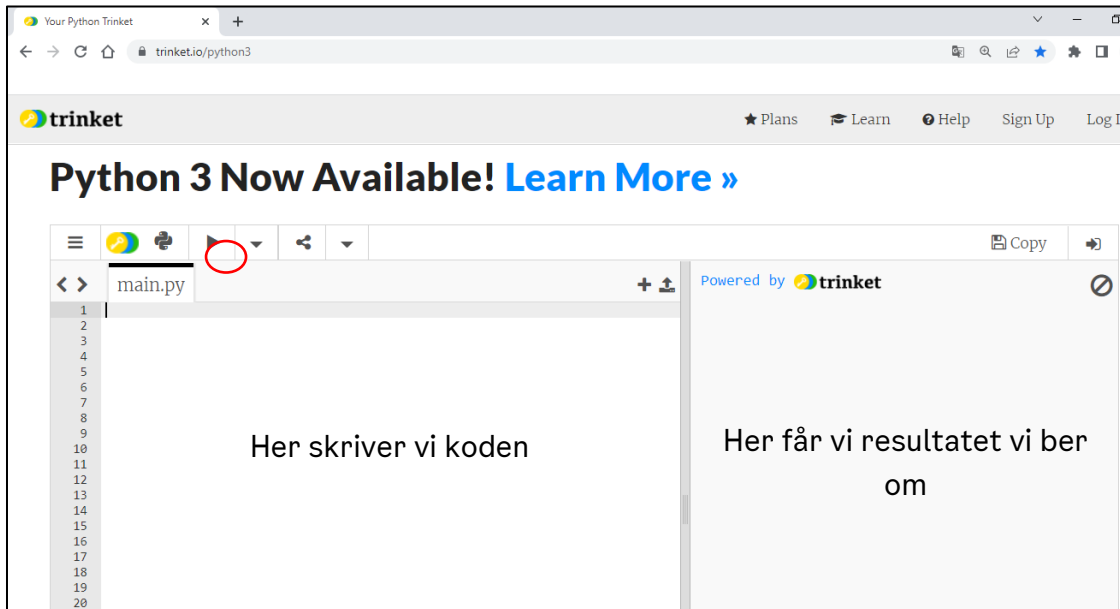
## Oppgave 2

- a) Hvilke variabler har vi laget i eksempelet?

b) Hva er verdien til variablene vi har laget i eksempelet?

## Kjøre programmet

Trinket.io/python3 ser slik ut:



Når du har skrevet inn koden kan du kjøre programmet ved å trykke på run-knappen, som vi har markert med en rød sirkel i bildet ovenfor.

Ved å trykke på run-knappen vil Python lese all informasjon du har skrevet og gjennomføre alle instruksjoner du har gitt, dersom du har skrevet dette riktig. Hvis ikke får du en feilmelding.

## Oppgave 3

a) Skriv programmet nedenfor inn i trinketen.

```
< > main.py
1 klasse=
2 jenter=
3 gutter=
4 tilsammen=jenter+gutter
5
```

- b) Skriv inn verdiene som passer til klassen din, og kjør programmet. Har du skrevet alt riktig, eller får du en feilmelding?

#### Oppgave 4

- a) Skriv inn programmet nedenfor inn i trinketen.

```
1  navn=  
2  alder=  
3  bosted=  
4  ungdomsskole=  
5  antallsøsken=  
6  favorittmat=  
7
```

- b) Skriv inn verdier som passer til deg, og kjør programmet. Har du skrevet alt riktig, eller får du en feilmelding?

#### Oppgave 5

- a) Skriv programmet nedenfor inn i trinketen.

```
1  tallA=5  
2  tallB=2  
3  
4  sum=tallA+tallB  
5  differanse=tallA-tallB  
6  produkt=tallA*tallB  
7  forhold=tallA/tallB  
8  potens=tallA**tallB
```

- b) Kjør programmet. Har du skrevet alt riktig, eller får du en feilmelding?

## Feilmelding

Dersom du har skrevet verdier eller instruksjoner på en måte som programmet ikke forstår, får du en feilmelding.

I en feilmelding gir programmet informasjon om i hvilken linje feilen er skrevet, og hva som er skrevet galt. Klarer du å se hva feilen er i programmet nedenfor?

```
main.py
1 klasse=1STF
2 jenter=16
3 gutter=14
4 tilsammen=jenter+gutter
5
6
7
8
9
```

```
File "/tmp/sessions/2b6e141da340181c/main.py",
line 1
    klasse=1STF
      ^
SyntaxError: invalid syntax
```

Programmet gir beskjed om at feilen er i linje 1, og at noe er skrevet inn galt. Dersom du ser nøye på linje 1 oppdager du kanskje at verdien 1STF er skrevet uten "". Programmet skjønner derfor ikke at 1STF er en verdi.

## Oppgave 6

I programmene nedenfor er det noe som er feil. Skriv programmet med riktig kode inn i trinketen, og kjør programmet.

a)

```
main.py
1 navn="Arnfinn"
2 alder=41
3 stilling=Rektor
4 hjemsted="Stord"
5
6
7
8
9
```

```
Traceback (most recent call last):
  File "/tmp/sessions/889920f740e5cba4/main.py",
    line 3, in <module>
        stilling=Rektor
NameError: name 'Rektor' is not defined
```

b)

```
main.py
1 TallA=5
2 TallB=2
3
4 sum=tallA+TallB
5
6
7
8
9
```

```
Traceback (most recent call last):
  File "/tmp/sessions/43b5029316d3edda/main.py",
    line 4, in <module>
        sum=tallA+TallB
NameError: name 'tallA' is not defined
```

## Resultatet - print()

I programmet nedenfor har vi gitt instruksjon om å legge sammen antall jenter og antall gutter, men når vi kjører programmet får vi ikke vite hva svaret blir.

```
1 klasse="1STF"
2 jenter=16
3 gutter=14
4 heleklassen=jenter+gutter
5
```

Dersom vi ønsker informasjon fra programmet, må vi bruke instruksjonen **print()**.

Inni parentesen skriver vi den informasjonen vi ønsker skrevet. De vanligste utskriftsønskene er:

**print(variabelnavn)**

**print(variabelnavn +\*/ et annet variabelnavn)**

**print("tekst")**

Disse kan også kombineres:

**print("Tekst",variabelnavn,"tekst")**

Legg merke til at vi skiller hvert element med komma.

I programmet utenfor ønsker vi å vite hvor mange elever det er til sammen i klassen. Vi ber programmet skrive ut verdien til variabelen tilsammen, ved å skrive:

**print(tilsammen)**



```
1 klasse="1STF"
2 jenter=16
3 gutter=14
4 tilsammen=jenter+gutter
5
6 print(tilsammen)
7
```

Powered by  trinket  
30

Når vi kjører programmet, kommer svaret i resultatfeltet.

### Oppgave 7

Skriv programmet på forrige side i trinketen, og kjør programmet. Du kan gjerne endre verdiene slik at det passer med klassen din.

### Oppgave 8

a) Skriv programmet nedenfor inn i trinketen, og kjør programmet.

```
1 tallA=5
2 tallB=2
3
4 sum=tallA+tallB
5 differanse=tallA-tallB
6 produkt=tallA*tallB
7 forhold=tallA/tallB
8 potens=tallA**tallB
9
10 print(sum)
11 print(differanse)
12 print(produkt)
13 print(forhold)
14 print(potens)
```

b) Velg andre verdier for tallA og tallB, og kjør programmet på nytt.

### Oppgave 9

a) Skriv inn programmet nedenfor i trinketen, og skriv inn riktige verdier.



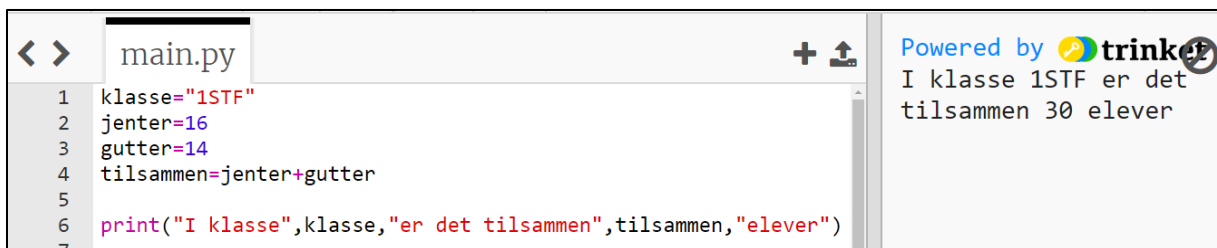
```
1 navn=  
2 alder=  
3 bosted=  
4 ungdomsskole=  
5 antallsøsken=  
6 favorittmat=  
7
```

b) Bruk print-funksjonen, og be programmet skrive ut verdien til alle variablene.


### Svare med tekst

Dersom du ønsker forklarende tekst til svaret, kan du legge tekst inn i parenteser. Husk å bruke ". Tekst og variabler skilles med komma.

### Eksempel:



```
< > main.py + ↕  
1 klasse="1STF"  
2 jenter=16  
3 gutter=14  
4 tilsammen=jenter+gutter  
5  
6 print("I klasse",klasse,"er det tilsammen",tilsammen,"elever")  
7
```

Powered by  trinket  
I klasse 1STF er det tilsammen 30 elever

### Oppgave 10

Skriv programmet i eksempelet ovenfor i trinketen, og kjør programmet. Du kan gjerne endre verdiene slik at det passer med klassen din.

Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å rette opp i feilen før du spør læreren.

### Oppgave 11

Skriv programmet nedenfor inn i trinketen. Legg til forklarende tekst til hver av utskriftene, for eksempel "Summen av tallen er:".

Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å rette opp i feilen før du spør læreren.

```
1 tallA=5
2 tallB=2
3
4 sum=tallA+tallB
5 differanse=tallA-tallB
6 produkt=tallA*tallB
7 forhold=tallA/tallB
8 potens=tallA**tallB
9
10 print(sum)
11 print(differanse)
12 print(produkt)
13 print(forhold)
14 print(potens)
```

### Gjøre en instruksjon flere ganger - løkker

Dersom vi ønsker at programmet skal utføre en instruks flere ganger, kan vi løse dette ved å bruke løkker.

Det er to typer løkker du skal lære; **for-løkke** og **while-løkke**.

#### For-løkke

Vi bruker en for-løkke når vi ønsker å fortelle programmet hvor mange ganger en instruksjon skal utføres.

For å lage en for-løkke, trenger programmet:


4. Variabel eller variabler med startverdi
5. Instruksjon om hva som skal gjøres med variabelen eller variablene
6. Opplysning om hvor mange ganger instruksjonen skal utføres
7. En tellevariabel hvor programmet holder orden på hvor mange ganger instruksjonen er utført

I tillegg må vi fortelle programmet hva vi ønsker å få skrevet ut.

Eksempel:

Programmet nedenfor skriver ut sifrene 0 til 4.

```
main.py
1 tall=0
2
3 for utskrift in range (5):
4     print(tall)
5     tall=tall+1
6
```

Powered by  trinket

0  
1  
2  
3  
4

Variabelen "tall" er gitt startverdien 0.

I linje 3, der for-løkka begynner, har vi laget en tellevariabel som heter "utskrift". Det er helt valgfritt hva denne variabelen heter, og den gis ofte variabelnavnet "i". I slutten av linje 3 gis programmet beskjed om å utføre instruksjonene 5 ganger. Vi sier gjerne at løkka kjøres 5 ganger.

Inni løkka ber vi først programmet skrive ut verdien til variabelen "tall". Deretter ber vi programmet øke verdien til variabelen med 1.

### Oppgave 12

Programmet nedenfor likner på programmet i eksempelet på forrige side. Likevel blir utskriften annerledes når vi kjører programmet.

```
main.py
1 tall=0
2
3 for utskrift in range (5):
4     tall=tall+1
5     print(tall)
6
```

Powered by  trinket

1  
2  
3  
4  
5

Hva er forskjellen på koden i dette programmet og koden i eksempelet?

### Oppgave 13

Programmet nedenfor likner på programmet i eksempelet på forrige side. Likevel blir utskriften annerledes når vi kjører programmet.

```
< > main.py + ↗ Powered by trinket
1 tall=0
2
3 for utskrift in range (5):
4     tall=tall+1
5     print(tall)
6
```

Hva er forskjellen på koden i dette programmet og koden i eksempelet?

#### Oppgave 14

- Skriv programmet i eksempelet på forrige side inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren.
- Gjør en forandring i koden, slik at programmet skriver ut sifrene fra 0 til 9.
- Gjør en forandring i koden, slik at programmet skriver ut kun partall.

#### Oppgave 15

Programmet nedenfor skriver ut årstallene fra 2023 til 2032.

```
< > main.py + ↗
1 årstall=2022
2
3 for i in range(10):
4     årstall=årstall+1
5     print(årstall)
6
```

- Skriv programmet ovenfor inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren din.
- Gjør en endring i koden slik at programmet skriver ut årstallene frem til 2040.
- Gjør en endring i koden slik at programmet skriver ut kun oddetallsårene.

## Oppgave 16

Programmet nedenfor skriver ut de 10 første svarene i gangetabellen til 1-gangen.

```
< > main.py
1 svar=0
2
3 for gangetabell in range(10):
4     svar=svar+1
5     print (svar)
6
```

- Skriv programmet ovenfor inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren din.
- Gjør en endring i koden slik at programmet skriver ut svarene i en annen gangetabell, for eksempel 2-gangen eller 5-gangen.
- Gjør en endring i koden slik at programmet skriver ut de 20 første svarene i en av gangetabellene.

## Oppgave 17

Høsten 2015 begynte 550 elever på Hellerud vgs. I årene etter dette har elevtallet økt med 25 elever per år. Programmet nedenfor beregner og skriver ut elevtallet for hvert av årene fra 2016 til 2022.

```
1 elevtall=550
2 årstall=2015
3
4
5 for år in range(7):
6     elevtall=elevtall+25
7     årstall=årstall+1
8     print(årstall,":",elevtall,"elever")
9
```

- Skriv programmet ovenfor inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren din.
- Anta at elevtallet har økt med 30 elever per år. Gjør en endring i koden, slik at programmet skriver ut nytt elevtall fra 2016 til 2022.

- c) Gjør en endring i koden slik at programmet skriver ut elevtallet hvert år frem til 2025.
- d) Gjør en endring i koden slik at programmet skriver ut elevtallet for kun 2025.

### Oppgave 18

I et boblebad varmes vannet med 1,5 °C i timen, frem til maksimal temperatur på 40 °C. Programmet nedenfor skal vise temperaturen for hver time frem til vannet blir 40 °C, men det mangler noe i koden.

```
< > main.py + ↕
1 grader=10
2 timer=0
3
4 for i in range():
5     grader=grader+
6     timer=timer+
7     print("Timer:",timer,"grader:",grader)
8
```

Skriv koden ovenfor inn i trinketen, og fyll inn tallene som mangler i linje 4, 5 og 6. Programmet skal skrive ut temperaturen for hver time frem til vannet blir 40 °C.

### While-løkke

Vi bruker en while-løkke når vi ønsker å fortelle programmet hvor lenge en instruksjon skal utføres.

For å lage en while-løkke, trenger programmet:

1. Variabel eller variabler med startverdi
2. Instruksjon om hva som skal gjøres med variabelen eller variablene
3. Opplysning om når programmet skal slutte å utføre instruksjonen

I tillegg må vi fortelle programmet hva vi ønsker å få skrevet ut.

Eksempel:

Programmet nedenfor skriver ut sifrene 0 - 4.

```
< > main.py
1 tall=0
2
3 while tall<5:
4     print(tall)
5     tall=tall+1
6
```

Variabelen "tall" er gitt startverdien 0.

I linje 3, der while-løkka begynner, har vi gitt programmet beskjed om at så lenge (while) tallet er mindre enn 5, skal programmet utføre instruksjonene som er skrevet inni while-løkka. Vi sier gjerne at løkka skal kjøres så lenge tallet er mindre enn 5.

Inni løkka ber vi først programmet skrive ut verdien til variabelen "tall". Deretter ber vi programmet øke verdien til variabelen med 1.

### Oppgave 19

Programmet nedenfor likner på programmet i eksempelet på forrige side. Likevel blir utskriften annerledes når vi kjører programmet.

```
< > main.py + ↕ Powered by trinket
1 tall=0
2
3 while tall<=5:
4     print(tall)
5     tall=tall+1
6
7
0
1
2
3
4
5
```

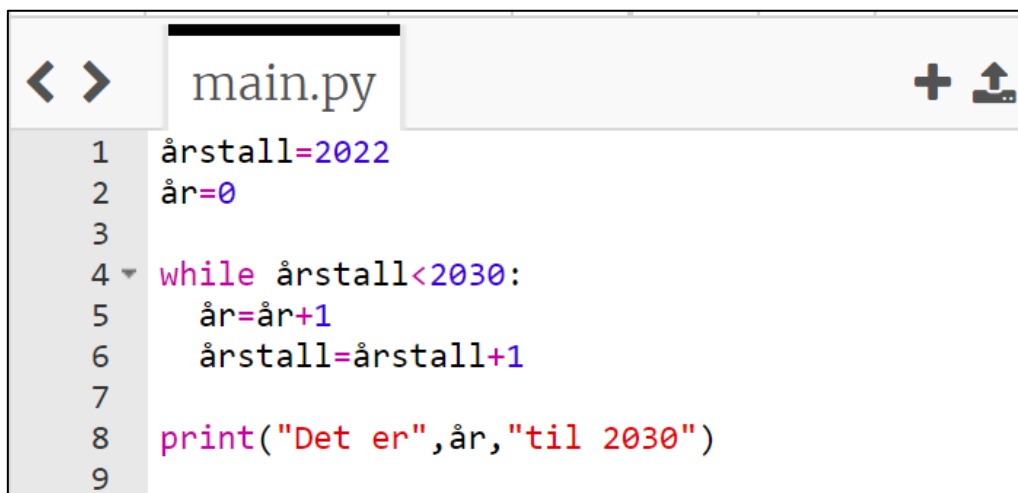
Hva er forskjellen på koden i dette programmet og koden i eksempelet?

## Oppgave 20

- Skriv programmet i eksempelet på forrige side inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren.
- Gjør en forandring i koden, slik at programmet skriver ut sifrene fra 0 til 9.

## Oppgave 21

Programmet nedenfor teller hvor mange år det er til 2030.



```
< > main.py + ↕
1 årstall=2022
2 år=0
3
4 while årstall<2030:
5     år=år+1
6     årstall=årstall+1
7
8 print("Det er",år,"til 2030")
9
```

- Skriv programmet ovenfor inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren din.
- Gjør en endring i koden slik at programmet teller antall år frem til 2050.

## Oppgave 22

Kaia har kjøpt en moped. Hun antar at mopedens verdi synker med 1 200 kr per år. Når mopedens verdi synker under 10 000 kr, vil Kaia selge mopeden.

Programmet nedenfor beregner hvor mange år det tar før mopedens verdi blir lavere enn 10 000 kr.



```

1 verdi=14000
2 år=0
3
4 while verdi>10000:
5     verdi=verdi-1200
6     år=år+1
7
8 print(år)
9

```

- Skriv programmet ovenfor inn i trinketen, og kjør programmet. Dersom du får en feilmelding, må du forsøke å finne feilen før du spør læreren din.
- Legg til forklarende tekst i utskriften.
- Gjør en endring i koden slik at programmet beregner hvor mange år det tar før mopedens verdi blir lavere enn 8 000 kr.
- Gjør en endring i koden slik at mopedens verdi synker med 1 500 kr per år.

### Oppgave 23

I et boblebad varmes vannet med 1,5 °C i timen, frem til maksimal temperatur på 40 °C. Programmet nedenfor skal beregne hvor mange timer det tar før vannets temperatur blir 40 °C, men det mangler noe i koden.

```

1 grader=4
2 timer=0
3
4 while grader 40:
5     grader=grader+
6     timer=timer+
7
8 print("Det tar",timer," timer før vannet blir 40 grader")
9

```

Skriv koden ovenfor inn i trinketen, og fyll inn tallene som mangler i linje 4, 5 og 6. Programmet skal skrive ut hvor mange timer bassenget bruker på å varme opp vannet til 40 °C.

## Formler

I både hverdagen og i arbeidslivet har vi behov for å beskrive hvordan to eller flere størrelser henger sammen.

Eksempler på dette kan være:

- Prisen for smågodt i en butikk er 135 kr per kg
- En trebarnsfamilie må betale for to voksenbilletter og tre barnebilletter dersom de skal delta på aktiviteter
- En butikkansatt skal ha 119 kroner per time hen jobber

For å beskrive sammenhenger matematisk bruker vi **formler**.

En **formel** er en **regnemetode** hvor vi ikke kjenner alle **verdiene**.

Når vi kjenner alle **verdiene** forandres en **formel** fra en **regnemetode** til et **regnestykke**.

Tenk deg at en familie som består av 2 voksne og 3 barn skal tilbringe en dag i Oslo, hvor de skal betale seg på ulike aktiviteter. Før vi vet hvor mye billettene til aktivitetene koster kan vi ikke regne ut hvor mye familien må betale.

Vi kan imidlertid lage en **regnemetode** eller en **formel** som kan brukes til å regne ut hvor mye det vil koste familien å delta på en aktivitet.

I dette tilfellet vil **formelen** bli slik:

$$\text{Pris for en aktivitet} = 2 \cdot \text{voksenbillett} + 3 \cdot \text{barnebillett}$$

Vi forkorter gjerne ordene med en bokstav, slik at det blir mindre å skrive. Det er viktig at vi informerer om hva bokstavene representerer:

$$\text{Pris for en aktivitet} = P$$

$$\text{Voksenbillett} = v$$

$$\text{Barnebillett} = b$$

Dermed kan vi skrive **formelen** på en enklere måte:

$$P = 2v + 3b$$

Lurer du på hvor det ble av multiplikasjonstegnet? Vi bruker regelen at

$$2 \cdot v = 2v \quad \text{og} \quad 3 \cdot b = 3b$$

## Resultat, konstanter og variabler

En **formel** er satt sammen av bokstaver og tall. De ulike ingrediensene har ulike navn, og det er viktig at du forstår disse begrepene.

Vi fortsetter med **formelen** som beskriver hvor mye en familie må betale for å delta på en aktivitet, og setter navn på **leddene** i **formelen**:

The diagram shows the formula  $P = 2v \cdot 3b$ . A red arrow labeled "Resultat" points to the letter  $P$ . Two blue arrows labeled "Konstant" point to the numbers 2 and 3. Two green arrows labeled "Variabel" point to the letters  $v$  and  $b$ .

**Resultat:** det vi ønsker å regne ut, svaret på regnestykket. I dette tilfellet: hvor mye familien må betale for å delta på en aktivitet.

**Konstant:** noe som ikke forandrer **verdi**. I dette tilfellet: familien må alltid regne ut prisen for **2** voksne og **3** barn.

**Variabel:** noe som kan forandre **verdi**. I dette tilfellet: både prisen for en voksenbillett og prisen for en barnebillett er avhengig av hvilken aktivitet familien

## Oppgave 24

Lag **formler** til situasjonen nedenfor. Velg passende bokstaver som forkortelse.

- En barnefamilie består av to voksne og to barn. Lag en formel som kan brukes til å regne ut hvor mye familien betaler når de skal delta på ulike aktiviteter.
- I de fleste fotballserier får et lag tre poeng for seier, ett poeng for dersom en kamp ender uavgjort og null poeng dersom de taper kampen. Lag en formel som kan brukes til å regne ut poengsummen til et lag utfra utfallet av kampene.
- Dersom du ønsker å ta førerkort i klasse b (bil) må du beregne cirka 17 000 kroner i faste kostnader. I tillegg koster en kjøretime omtrent 600 kroner. Lag en formel som kan brukes til å regne ut totalpris for å ta førerkort utfra hvor mange kjøretimer du trenger.

## Innsetting av verdier i formler

Når vi får oppgitt **verdien** til **variablene**, kan vi erstatte **variablene** i **formelen** med de oppgitte **verdiene**. Dermed endrer vi **formelen** fra å være en regnemetode til å bli et regnestykke, hvor vi kan regne ut svaret.

Tenk deg at familien ovenfor skal reise med t-banen, og velger å kjøpe enkeltbilletter. På Ruter.no finner de følgende prisoversikt:

Voksenbillett: 38 kr

Barnebillett: 19 kr

For å regne ut hvor mye familien må betale, må vi ta utgangspunkt i **formelen** vi lagde

$$P = 2v + 3b$$

og erstatte **variablene** med de oppgitte **verdiene**. Dermed får vi følgende regnestykke:

$$P = 2 \cdot 38 + 3 \cdot 19 = 76 + 57 = \underline{133}$$

### Oppgave 25

Bruk formelen fra eksempelet ovenfor, og regn ut hvor mye familien må betale til sammen når:

- a) Voksenbilletten = 100 kr.  
Barnebilletten = 80 kr.
  
- b) Voksenbilletten = 180 kr.  
Barnebilletten = 100 kr.
  
- c) Voksenbilletten = 0 kr.  
Barnebilletten = 150 kr.
  
- d) Voksenbilletten = 250 kr.  
Barnebilletten = 0 kr.

Utfordring: klarer du å lage et program i [trinket.io/python3](https://trinket.io/python3) som løser oppgavene ovenfor?

## Oppgave 26

Til denne aktiviteten trenger du to terninger med ulik farge, for eksempel en hvit terning og en rød terning. Målet er å oppnå høyest mulig sluttsum.

Kast begge terningene. Den hvite terningen skal erstatte **variabelen H** i en **formel**, mens den røde terningen skal erstatte **variabelen R**.

Du skal gjøre aktiviteten to ganger. Første gang skal du løse **formlene** i rekkefølge. Begynn med den øverste.

Formel	Verdi		Innsetting	Sum
	H	R		
Sum = $3H + R$				
Sum = $2R - H$				
Sum = $4R + 2H$				
Sum = $2R - 1$				
Sum = $2H + 4$				

Når du har regnet alle **formlene**, skal du gjøre aktiviteten en gang til. Denne gangen kaster du terningene først, og bestemmer deg for hvilken **formel** du skal løse etter at du har sett resultatet av kastet. Hver **formel** skal kun løses en gang.

Formel	Verdi		Innsetting	Sum
	H	R		
Sum = $3H + R$				
Sum = $2R - H$				
Sum = $4R + 2H$				
Sum = $2R - 1$				
Sum = $2H + 4$				

## Oppgave 27

For over 2000 år siden beskrev greske matematikere hvordan vi kan regne ut arealet og volumet til geometriske figurer. **Formlene** de skrev ned er fortsatt gyldige.

Nedenfor finner du oppgaver med noen av de meste kjente **formlene**.

- a) Arealet til et rektangel kan regnes ved hjelp av formelen  $A = l \cdot b$   
Finn arealet til et rektangel med  $l = 3,8 \text{ m}$  og  $b = 6,2 \text{ m}$

- b) Arealet til en trekant kan regnes ved hjelp av formelen  $A = \frac{g \cdot h}{2}$   
Finn arealet til en trekant med  $g = 4,1 \text{ cm}$  og  $h = 2,8 \text{ cm}$

- c) Arealet til en sirkel kan regnes ved hjelp av formelen  $A = \pi r^2$ .  
Finn arealet til midtsirkelen på en fotballbane, som har  $r = 9 \text{ m}$



- d) Volumet til et rektangulært prisme kan regnes ved hjelp av formelen  $V = l \cdot b \cdot h$   
Finn volumet til et rektangulært prisme med  $l = 40 \text{ cm}$ ,  $b = 28 \text{ cm}$  og  $h = 30 \text{ cm}$

- e) Volumet til en sylinder kan regnes ved hjelp av formelen  $V = \pi r^2 \cdot h$   
Finn volumet til en sylinder med  $r = 2 \text{ dm}$  og  $h = 1,5 \text{ dm}$



- f) Volumet til en kule kan regnes ved hjelp av formelen  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$   
Finn volumet til en kule med  $r = 5 \text{ cm}$

- g) Overflaten til et rektangulært prisme kan regnes ut ved hjelp av formelen  
 $O = 2lb + 2lh + 2hb$   
Finn overflaten til et rektangulært prisme med  $l = 8 \text{ cm}$ ,  $b = 12 \text{ cm}$  og  $h = 10 \text{ cm}$

- h) Overflaten til en sylinder kan regnes ut ved hjelp av formelen  $O = 2\pi r^2 + 2\pi rh$   
Finn overflaten til en sylinder med  $r = 7 \text{ cm}$  og  $h = 12 \text{ cm}$

- i) Overflaten til en kule kan regnes ut ved hjelp av formelen  $O = 4\pi r^2$   
Finn overflaten til en basketball med  $r = 12 \text{ cm}$



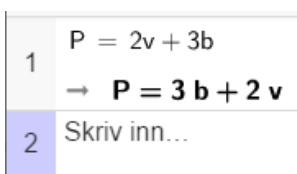
# Formelregning i CAS (Computer Algebra System)

Det finnes digitale verktøy som kan hjelpe oss med innsetting i **formler**. Ett av disse verktøyene er **CAS**, som du finner i **GeoGebra**.

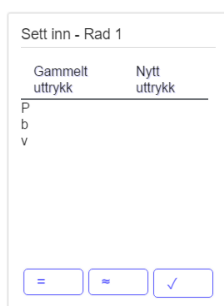
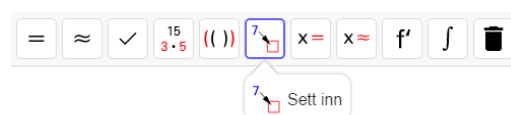
Trykk «Oppsett», og velg CAS



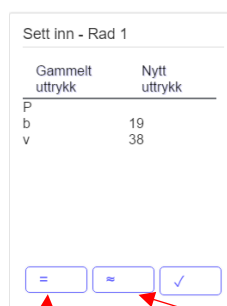
Skriv inn **formelen**



Velg «Sett inn»



Vi får opp denne boksen. Her kan vi erstatte **variablene** med **verdier**.



Vi kan velge mellom å få et **nøyaktig** svar, eller et **tilnærmet** svar. I dette tilfellet blir svarene like.

## Oppgave 28

Bruk CAS til å løse alle deloppgavene i **oppgave 27**. Hint: desimaltall må skrives med punktum.

Hver enkelt løsning skal kopieres til ett Word-dokument, som du leverer til læreren din.

Ved innlevering må du huske:

1. Tydelig nummerering av oppgavene
2. Tekstsvaer
3. Ryddig og oversiktlig besvarelse

## Utregning av variabler i formler

Dersom vi får oppgitt **resultatet** til en **formel**, kan vi regne ut **verdien** til en av **variablene** i **formelen**. Dette kan gjøres både ved hjelp av likningsregler du lærte på ungdomskolen, eller ved å bruke CAS.

Tenk deg at familien fra forrige eksempel betalte 410 kroner for en aktivitet, og at prisen for voksenbillett var 100 kroner. Hvor høy var prisen for en barnebillett?

**Vi kan løse dette ved hjelp av likningsregler:**

$$\begin{aligned}3b + 2 \cdot 100 &= 410 \\3b + 200 &= 410 \\3b &= 410 - 200 \\3b &= 210 \\b &= 70\end{aligned}$$

Setter inn **verdien** for voksenbillett og **resultatet** i **formelen**  
Regner ut  
Trekker fra 200 på hver side av likhetstegnet  
Regner ut  
Dividerer med 3 på hver side av likhetstegnet

**Vi kan løse dette ved hjelp av CAS:**

Vi skriver inn **formelen**

$$\begin{aligned}1 \quad &P = 2v + 3b \\&\rightarrow P = 3b + 2v\end{aligned}$$

og setter inn

**verdiene**

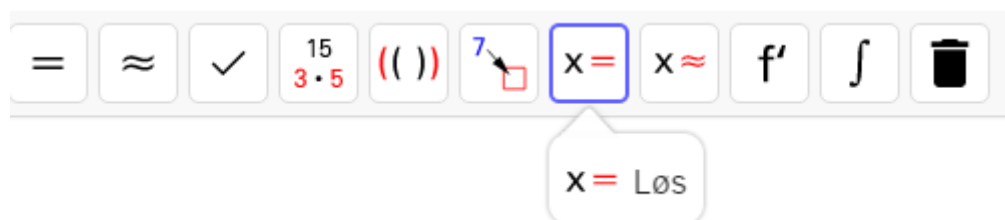
Sett inn - Rad 1

Gammelt uttrykk	Nytt uttrykk
P	410
b	
v	100

Dermed får vi følgende:

$$\begin{aligned}1 \quad &P = 2v + 3b \\&\text{ByttUt, P=410,v=100: } 410 = 3b + 200\end{aligned}$$

Når vi står i rad 2, kan vi trykke på «Løs»:



CAS løser likningen for oss:

$$\begin{aligned}1 \quad &P = 2v + 3b \\&\text{ByttUt, P=410,v=100: } 410 = 3b + 200 \\2 \quad &\$1 \\&\text{Løs: } \{b = 70\}\end{aligned}$$



### Oppgave 29

Familien fra eksempelet dro på kino, og betalte til sammen 630 kroner for billettene. Barnebillettene kostet 120 kroner per stykk. Hvor mye kostet voksenbillettene per stykk?

### Oppgave 30

Fra fysikkens verden kan vi lære at bevegelsesenergi,  $E$ , måles i joule (J) og kan regnes ut med formelen

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

der  $m$  er massen målt i kilogram (kg) og  $v$  er farten målt i meter per sekund (m/s).

- Hvor høy er bevegelsesenergien  $E$  til en person som veier 70 kg, og løper i en fart på 8 m/s?
- Hvor stor masse  $m$  har en fallende kule med bevegelsesenergi på 8000 joule og som faller i 40 m/s?

### Oppgave 31

Løs noen av oppgavene nedenfor i CAS.

- Arealet til et rektangel kan regnes ved hjelp av formelen  $A = l \cdot b$   
Finn lengden til et rektangel med  $A = 32,8 \text{ m}^2$  og  $b = 6,2 \text{ m}$
- Arealet til en trekant kan regnes ved hjelp av formelen  $A = \frac{g \cdot h}{2}$   
Finn høyden til en trekant med  $A = 16 \text{ cm}^2$  og  $g = 6,8 \text{ cm}$
- Arealet til en sirkel kan regnes ved hjelp av formelen  $A = \pi r^2$ .  
Finn radiusen til en sirkel med  $A = 100 \text{ cm}^2$
- Volumet til et rektangulært prisme kan regnes ved hjelp av formelen  $V = l \cdot b \cdot h$   
Finn høyden til et rektangulært prisme med  $V = 200 \text{ cm}^3$ ,  $b = 4 \text{ cm}$  og  $l = 12 \text{ cm}$

e) Volumet til en sylinder kan regnes ved hjelp av formelen  $V = \pi r^2 \cdot h$   
Finn radius til en sylinder med  $V = 7 \text{ dm}^3$  og  $h = 0,8 \text{ dm}$

f) Volumet til en kule kan regnes ved hjelp av formelen  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$   
Finn radius til en kule med  $V = 3\,000 \text{ cm}^3$

### Oppgave 32

I Norge måler vi temperatur i antall Celsius, forkortet °C. I USA brukes en annen skala, som kalles Fahrenheit, forkortet °F.

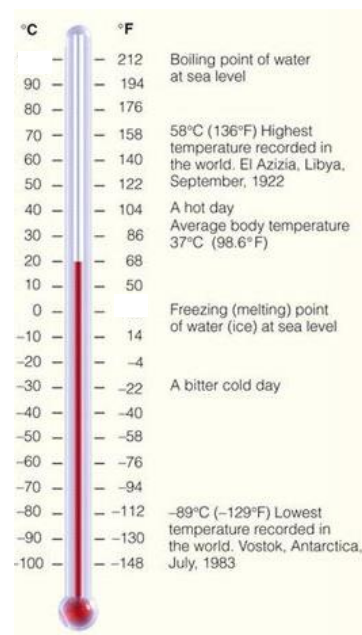
Sammenhengen mellom °C og °F kan beskrives ved formelen

$$^{\circ}\text{F} = ^{\circ}\text{C} \cdot \frac{9}{5} + 32$$

- a) Bruk CAS til å
- Gjøre 0°C om til °F
  - Gjøre 212°F om til °C

Hvorfor har vi valgt akkurat disse temperaturene?

- b) Velg noen andre temperaturer som du omgjør mellom skalaene.



### Oppgave 33

Har du noen gang opplevd at strømmen hjemme har gått? Dette kan skyldes at det er koblet for mange elektriske apparater i stikkontaktene, noe som fører til en overbelastning av strømkretsen.

Alle strømkretser har en maksimal kapasitet, og dersom det trekkes mer strøm enn dette vil sikringen slå ut for å forhindre brann. Maksimal kapasitet til en strømkrets kan regnes ut med **formelen** ovenfor.

I Norge har vi en spenning på 230 Volt. En normal kurs i hus og leiligheter er på 16 Ampere. For sikkerhets skyld vil sikringen ut av dersom det brukes 80 % av maksimal belastning.

- a) Hvor høy er kapasiteten (målt i Watt) på en normal kurs i hus og leiligheter i Norge?

Maksimal belastning

$$P = U \cdot I$$

$P$  = effekt, som måles i Watt (W)

$U$  = spenning, som måles i Volt (V)

$I$  = strøm, som måles i Ampere (A)

Tenk deg at en strømkrets går til badet, og en annen går til kjøkkenet.

- b) Undersøk effekten til ulike elektriske apparater som er vanlig å bruke på badet og på kjøkkenet. Lag en oversikt over ulike kombinasjoner av apparater som kan være tilkoblet en strømkrets uten at sikringen slår ut.

Noen strømkretser har kurs på 10A.

- c) Hvordan vil dette påvirke svarene dine i a) og b)?

**Formler** er mye brukt ved dosering av medisin. På de neste sidene finner du tre eksempler på dette.

### Oppgave 34

Noen medisiner doseres etter hvor stor kroppsoverflate en pasient har. Mostellers **formel** kan brukes til å beregne arealet av en persons kroppsoverflate.

Mostellers **formel**

$$O = \frac{1}{60} \cdot \sqrt{h \cdot m}$$

$O$ : antall kvadratmeter kroppsoverflate  
 $h$ : personens høyde målt i centimeter  
 $m$ : antall kilogram personen veier

En person er 180 cm høy og veier 75 kg

- a) Bruk Mostellers formel til å beregne arealet av kroppsoverflaten til denne personen.  
b) Hva vil skje med denne personens kroppsoverflate dersom hen går opp eller ned i vekt?

En pasient veier 61 kg. Arealet av kroppsoverflaten er 1,66 m<sup>2</sup>

- c) Hvor høy er denne personen ifølge Mostellers formel?

### Oppgave 35

Parklands **formel** blir brukt for å beregne hvor mange milliliter væske en pasient med store brannskader skal ha tilført i løpet av de første 24 timene etter en forbrenning.

Parklands **formel**

$$V = 4 \cdot m \cdot A$$

$V$ : Væske (milliliter)  
 $m$ : personens vekt målt i kilogram  
 $A$ : prosenten av kroppsoverflaten som er forbrent

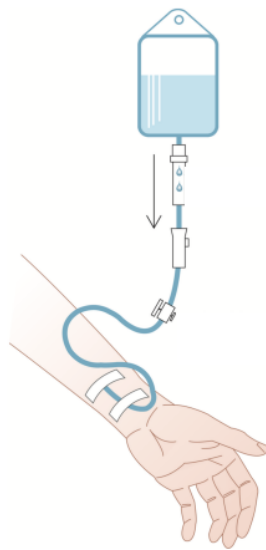
En pasient veier 63 kg, og 25 % av kroppsoverflaten er forbrent.

- Hvor mye væske skal pasienten ha tilført i løpet av de 24 første timene etter forbrenninga?
- Hvordan vil endring i vekt påvirke mengden væske?

En annen pasient veier 85 kg. En lege beregner at pasienten skal ha tilført 10 000 mL væske de første 24 timene etter en forbrenning.

- Hvor stor prosentandel av kroppsoverflaten er forbrent hos denne pasienten?

### Oppgave 36



Intravenøst drypp brukes for å gi pasienter væsker og flytende medisiner.

For å regne ut drypphastigheten  $H$  i dråper per minutt for intravenøse drypp brukes **formelen**

$$H = \frac{d \cdot v}{60 \cdot t}$$

der

$d$  = dråpefaktoren målt i dråper per milliliter

$v$  = volumet i milliliter av den intravenøse væsken

$t$  = antall timer det vil ta å tilføre den intravenøse væsken

En pasient skal ha intravenøst drypp i 2 timer. Volumet av den intravenøse væsken er 240 mL. Dråpefaktoren er 20 dråper per milliliter.

- a) Regn ut drypphastigheten  $H$ .
- b) Hva skjer med  $H$  dersom  $t$  dobles, mens  $d$  og  $v$  ikke endres?

En annen pasient skal ha intravenøst drypp i 3 timer med en drypphastighet på 50 dråper per minutt. Dråpefaktoren er 25 dråper per milliliter.

- c) Bestem volumet av den intravenøse væsken denne pasienten skal ha.

### Presentasjonsoppgave

Når du skal øvelseskjøre, vil kjørelæreren din snakke mye med deg om bilens bremselengde. Du vil også få spørsmål om dette på teoriprøven.

Bremselengden til en bil er avhengig av to faktorer: bilens fart og hjulenes veigrep. Det er viktig å være klar over at slitte dekk eller våt asfalt gir dårligere veigrep.

En bils bremselengde ( $S$ ) kan beskrives ved hjelp av formelen

$$S = \frac{v^2}{2 \cdot \mu \cdot g}$$

hvor

$v$  = bilens fart, målt i meter per sekund. Se omgjøring mellom m/s og km/t nedenfor.

$g$  = gravitasjonens påvirkningskraft  $\approx 9,81$  (på jorda).

$\mu$  = veigrepet (friksjonskoeffisienten). Denne endres etter forholdene. Se tabellen nedenfor.

Kjøreforhold	$\mu$
Tørr asfalt	1,0
Våt asfalt	0,6
Snø	0,3

Km/t	=	m/s
30	=	8,3
40	=	11,1
50	=	13,9
60	=	16,7
70	=	19,4
80	=	22,2
90	=	25,0
100	=	27,8

Is

0,15

Bruk **formelen** som beskriver en bils bremselengde, og lag en presentasjon av hvordan bilens bremselengde endres etter hvert som både farten og veigrepet endres.

Du velger selv hvilket av programmene Python, CAS, GeoGebra eller ExCel du vil bruke.

## Løsningsforslag

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
<b>2</b>	a) Klasse, jenter, gutter og heleklassen er variabler.	<b>20</b>	b) while tall<9
	b) Verdien er det som kommer etter likhetstegnet	<b>21</b>	b) while årstall<2050
<b>6</b>	a) "Rektor" b) Stor forbokstav i «TallA».	<b>22</b>	c) while verdi>8000
<b>12</b>	Dette programmet adderer 1 til variabelen «Tall» før første utskrift.		d) verdi=verdi-1500
<b>13</b>	Her står print utenfor løkka.	<b>23</b>	Linje 4: while grader<40
<b>14</b>	b) Range må økes til 10		Linje 5: grader=grader+1.5
	c) tall=tall+2	<b>24</b>	Linje 6: timer=timer+1
<b>15</b>	b) Range må økes til 18		a) $S = 2v + 2b$ b) $P = 3s + u$
	c) årstall=årstall+2	<b>25</b>	c) $T = 600k + 17000$
			a) 440 kr b) 660 kr c) 450 kr
			d) 500 kr
		<b>27</b>	a) 23,6 m <sup>2</sup> b) 5,7 cm <sup>2</sup> c) 254 m <sup>2</sup>
			d) 33,6 dm <sup>3</sup> e) 6 dm <sup>3</sup> f) 523 cm <sup>3</sup>
			g) 592 cm <sup>2</sup> h) 923 cm <sup>2</sup>

<b>16</b>	b) svar=svar+ønsket gangetabell		i) 1809 cm <sup>2</sup>
	c) Range må økes til 20	<b>29</b>	135 kroner
<b>17</b>	b) elevtall=elevtall+30	<b>30</b>	a) 2 240 joule b) 10 kg
	c) Range må økes til 10	<b>31</b>	a) 5,3 m b) 4,7 cm c) 5,6 cm
	d) Print må settes utenfor løkka		d) 4,2 cm e) 1,7 dm f) 8,9 cm
<b>18</b>	Linje 4: range(20)	<b>32</b>	a) 32°F, 100°C. Dette er
	Linje 5: grader=grader+1.5		temperaturene hvor vann
	Linje 6: timer=timer+1		endrer form.
<b>19</b>	Programmet skriver ut «tall»	<b>33</b>	a) 2944 W c) 1840 W
	før første addisjon.		
<b>34</b>	a) 1,94 m <sup>2</sup> b) Økt vekt vil føre til	<b>35</b>	a) 6300 mL b) Høyere vekt betyr
	økt overflateareal. Nedgang i		mer væske. c) 29,4 %
	vekt vil føre til nedgang i	<b>36</b>	a) 40 dråper/min b) Drypp-
	overflateareal. c) 162,6 cm		hastigheten halveres. c) 360 mL