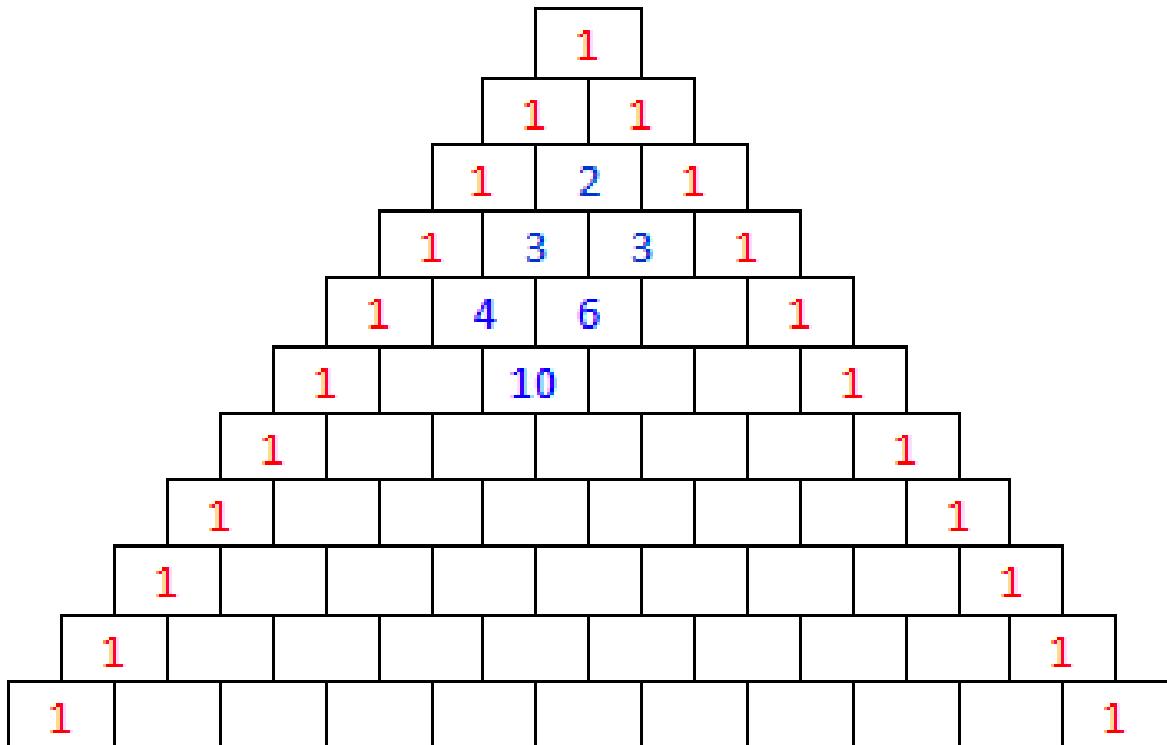


Figurtall



Målet for opplæringen er at eleven skal kunne:

- identifisere variable størrelser i ulike situasjoner og bruke dem til utforskning og generalisering

Å se etter mønster

Dersom vi skriver tall i en ordnet liste, kalles dette en **tallfølge**, og tallene i en **tallfølge** danner et bestemt **mønster**. Dersom vi forstår **mønsteret** i en **tallfølge** kan vi forutsi det både det neste tallet i **tallfølgen**, og et tall lengre ut i lista.

Tallfølger kan ofte **representeres geometrisk** ved at vi lager en **figur** til hvert av tallene i lista. Derfor bruker vi gjerne ordet **figurtall** om slike **tallfølger**.

Figurtall er en tallfølge som er representert geometrisk

Din oppgave er å finne **mønsteret** i slike **tallfølger**, og beskrive dette **mønsteret** ved gjennom en **formel**.

Hver **figur** i en **tallfølge** har et **figurnummer**. Den første **figuren** kalles **figur nummer 1**, som skrives F_1 . Den neste figuren kalles F_s . Deretter følger F_3 osv.

I **formler** som brukes til å beskrive **mønster** er det vanlig å benytte **variabelen** n , og ikke x som ble brukt i forrige kapittel. Derfor vil du se at vi bruker n når vi skal beskrive et ukjent **figurnummer**, som skrives F_n .

Når du har funnet **mønsteret** i en **tallfølge**, kan du bli bedt om å finne

- Det neste tallet eller den neste **figuren i tallfølgen**
- Et tall eller en **figur** lengre ut i lista
- **Summen** av alle tall eller **figurer i tallfølgen** frem til et bestemt nummer i lista

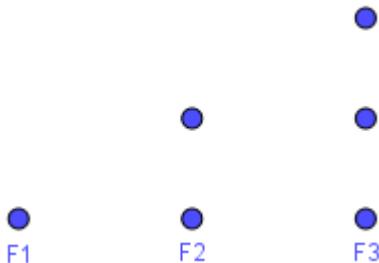
Å se etter **mønster i figurtall** har vi mennesker drevet med i hvert fall 4 000 år. Kilder kan fortelle oss at greske matematikere formet **figurene i figurtall** med steiner i sanden. Ordet *kalkulere* kommer fra det latinske ordet *calculus*, som betyr liten stein. Derfor finnes det en stor mengde ulike **mønstre**, og langt flere enn vi skal jobbe med i 1P. Du har kanskje hørt om Fibonaccis **tallfølge** eller Pascals trekant? Dersom du har interesse for å utforske **mønster** finnes det mye du kan søke opp.

I dette kapittelet presenterer vi de grunnleggende **mønstrene; lineær utvikling, kvadrattall, rektangeltall, og trekanttall**. Når du behersker disse **mønstrene** vil du kunne utforske **figurer** som er satt sammen av flere typer **mønster**.

Naturlige tall – lineær utvikling

Oppgave 1

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

- a) Hvor mange prikker vil det være i F_n ?
- b) Hvor mange prikker vil det være i F_{10} ?
- c) Hvilket figurnummer kan du lage av 20 prikker?

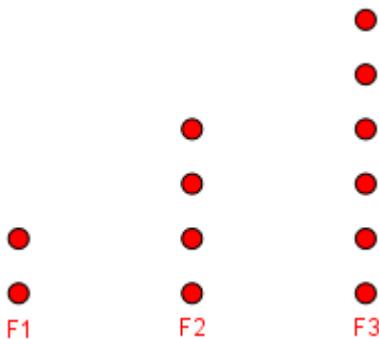
Tenk deg at du skal lage de 20 første figurene, og du ønsker å finne ut hvor mange prikker det blir til sammen.

- d) Nedenfor har vi skrevet et program. Vil programmet finne ut hvor mange prikker det blir til sammen på de 20 første figurene? Hvis nei, hvilke endringer må gjøres?

```
1 Fn=0           #Fn betyr Figurnummer
2 prikker=0
3
4 for i in range(20):
5     Fn=Fn+1
6     prikker=prikker+(Fn)
7
8 print("Antall prikker til sammen:",prikkerr)
```

Oppgave 2

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

- Hvor mange prikker vil det være i F_n ?
- Hvor mange prikker vil det være i F_{20} ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 36 prikker?

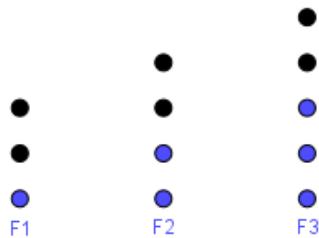
Tenk deg at du skal lage de 20 første figurene, og du ønsker å finne ut hvor mange prikker det blir til sammen.

- Nedenfor har vi skrevet et program. Vil programmet finne ut hvor mange prikker det blir til sammen på de 20 første figurene? Hvis nei, hvilke endringer må gjøres?

```
1 Fn=0           #Fn betyr Figurnummer
2 prikker=0
3
4 for i in range(20):
5     Fn=Fn+1
6     prikker=(Fn*2)
7
8 print("Antall prikker til sammen:",prikker)
```

Oppgave 3

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

- Hvor mange prikker vil det være i F_n ?
- Hvor mange prikker vil det være i F_{15} ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 52 prikker?

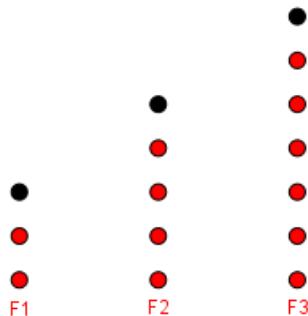
Tenk deg at du skal lage de 15 første figurene, og du ønsker å finne ut hvor mange prikker det blir til sammen.

- Nedenfor har vi skrevet et program. Vil programmet finne ut hvor mange prikker det blir til sammen på de 15 første figurene? Hvis nei, hvilke endringer må gjøres?

```
1 Fn=0           #Fn betyr Figurnummer
2 prikker=0
3
4 for i in range(15):
5     Fn=Fn+1
6     prikker=prikker+(Fn+2)
7
8 print("Antall prikker til sammen:",prikker)
```

Oppgave 4

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

- Hvor mange prikker vil det være i F_n ?
- Hvor mange prikker vil det være i F_8 ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 61 prikker?

Tenk deg at du skal lage de 15 første figurene, og du ønsker å finne ut hvor mange prikker det blir til sammen.

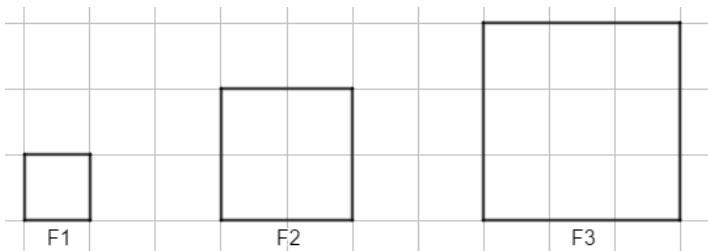
- Nedenfor har vi skrevet et program. Vil programmet finne ut hvor mange prikker det blir til sammen på de 15 første figurene? Hvis nei, hvilke endringer må gjøres?

```
1 Fn=0           #Fn betyr Figurnummer
2 prikker=0
3
4 for i in range(20):
5     Fn=Fn+1
6     prikker=prikker+(Fn*2+1)
7
8 print("Antall prikker til sammen:",prikker)
```

Kvadrattall

Oppgave 5

Tegn figurnummer 4 her:



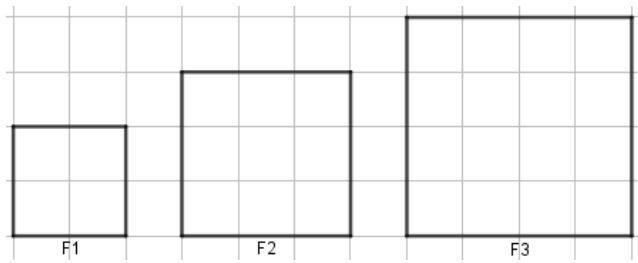
Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

- Hvor mange ruter vil det være i F_n ?
- Hvor mange ruter vil det være i F_{12} ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 81 ruter?
- Tenk deg at du skal tegne de 15 første figurene. Hvor mange ruter vil det være til sammen i alle 15 figurene?

En mer eller en mindre; $(n+1)$ eller $(n-1)$

I noen oppgaver har vi behov for å uttrykke 1 mer eller 1 mindre enn figurnummert når vi skal beskrive en figurutvikling. Matematisk skrives dette som $(n+1)$ eller $(n-1)$. Dette vil vi få bruk for når vi skal regne rektangeltall, trekanttall eller dersom det er en forskjyvning slik som i oppgave 6 og 7.

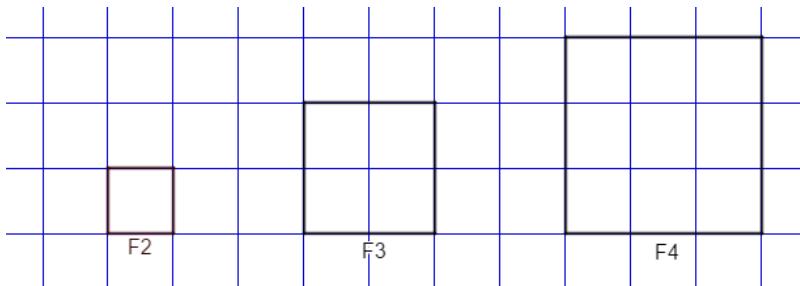
Oppgave 6



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

- Hvor mange ruter vil det være i F_n ?
- Hvor mange ruter vil det være i F_9 ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 81 ruter?
- Hvor mange ruter vil det være til sammen i de 30 første figurene?

Oppgave 7



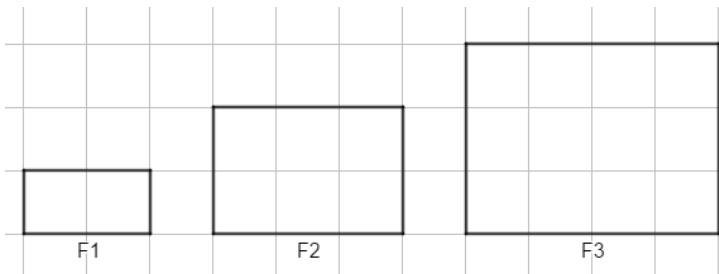
Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

- Hvor mange ruter vil det være i F_n ?
- Hvor mange ruter vil det være i F_7 ?
- Hvor mange ruter vil det være i F_1 ?
- Hvilket figurnummer er det største du kan lage av 140 ruter?
- Hvor mange ruter vil det være til sammen i de 25 første figurene?

Rektangeltall

Oppgave 8

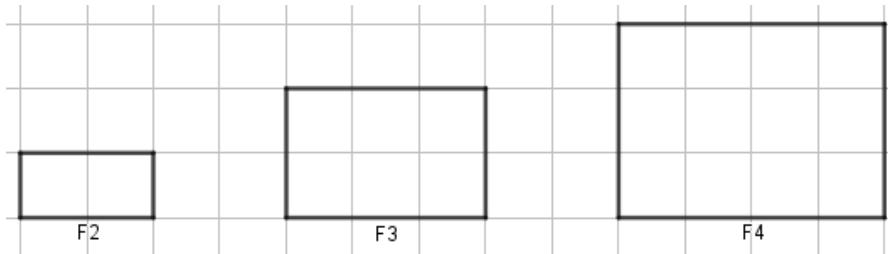
Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

- Hvor mange ruter vil det være i F_n ?
- Hvor mange ruter vil det være i F_{100} ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 420 ruter?
- Hvor mange ruter vil det være til sammen i de 100 første figurene?

Oppgave 9



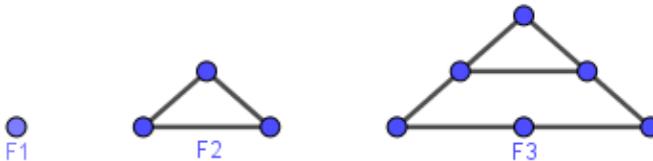
Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall ruter i figuren med ord:

- Hvor mange ruter vil det være i F_n ?
- Hvor mange ruter vil det være i F_{10} ?
- Hvilket figurnummer er det største du kan lage av 200 ruter?
- Hvor mange ruter vil det være til sammen i de 25 første figurene?

Trekanttall

Oppgave 10

Tegn figurnummer 4 her:



Beskriv sammenhengen mellom figurnummer og antall prikker i figuren med ord:

- Hvor mange prikker vil det være i F_n ?
- Hvor mange prikker vil det være i F_{50} ?
- Hvilket figurnummer kan du lage av 325 prikker?

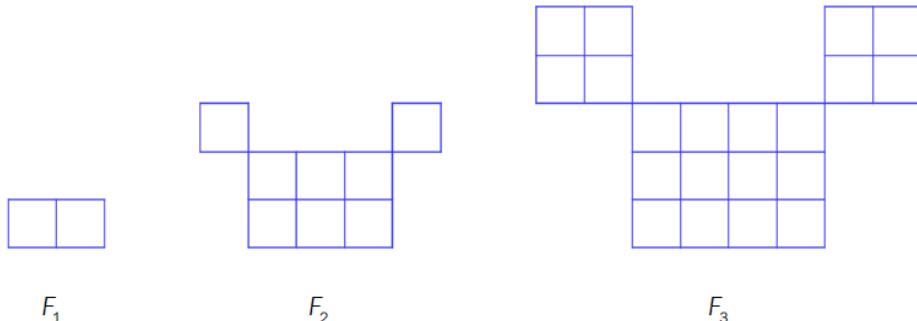
Tenk deg at du skal lage de 15 første figurene, og du ønsker å finne ut hvor mange prikker det blir til sammen.

- Nedenfor har vi skrevet et program. Vil programmet finne ut hvor mange prikker det blir til sammen på de 15 første figurene? Hvis nei, hvilke endringer må gjøres?

A	B
1 Figurnummer	Antall prikker
2 1	=A2*(A2+1)/2
3 2	=A3*(A3+1)/2
4 3	=A4*(A4+1)/2
5 4	=A5*(A5+1)/2
6 5	=A6*(A6+1)/2
7 6	=A7*(A7+1)/2
8 7	=A8*(A8+1)/2
9 8	=A9*(A9+1)/2
10 9	=A10*(A10+1)/2
11 10	=A11*(A11+1)/2
12 11	=A12*(A12+1)/2
13 12	=A13*(A13+1)/2
14 13	=A14*(A14+1)/2
15 14	=A15*(A15+1)/2
16 15	=A16*(A16+1)/2
17 Til sammen:	=SUMMER(B2:B16)

Sammensatte figurer

Oppgave 11

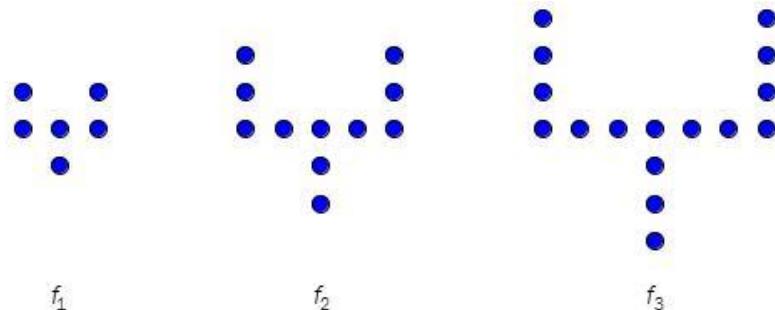


Snorre lager figurer av kvadriske klosser etter et fast mønster.

Ovenfor ser du figur F_1 , F_2 og F_3 .

Hvor mange klosser må han bruke for å bygge de 10 første figurene?

Oppgave 12

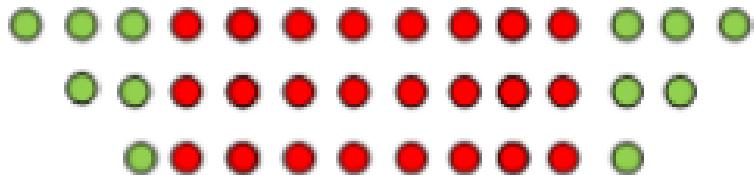


Siri lager figurer av runde perler. Figurene ovenfor har hun kalt f_1 , f_2 og f_3 .

Hvor mange perler må hun bruke for å lage de 50 første figurene?

Oppgave 13

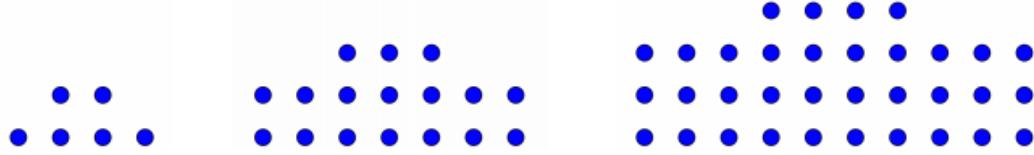
I en teatersal der det 580 plasser. På første stolrad er det 10 plasser. På andre stolrad er det 12 plasser, og på tredje stolrad er det 14 plasser. Se figuren nedenfor.



Slik fortsetter det å øke med to plasser for hver stolrad bakover i salen.

Hvor mange stolrader er det i salen?

Oppgave 14



Figur 1

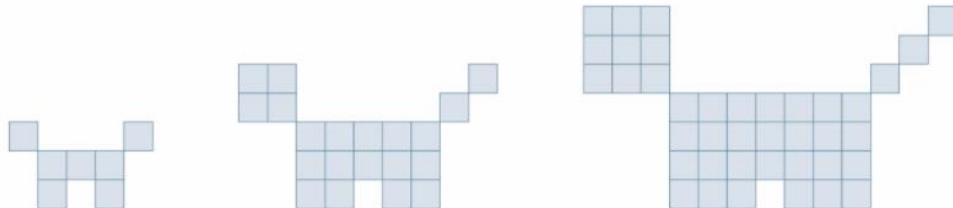
Figur 2

Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små sirkler. Dina vil fortsette å tegne figurer etter samme mønster.

Hvor mange små sirkler er det til sammen i de 100 første figurene?

En eksamensoppgave



Figur 1

Figur 2

Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små kvadrater. Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

Hvor mange små kvadrater trenger du totalt for å lage de 100 første figurene?

En eksamensoppgave



Figur 1



Figur 2

Marius og Maria arbeider i en dagligvarebutikk. De skal stable bokser med erter.

Marius stabler boksene som vist i figur 1. I figur 1 har han laget et tårn med fire etasjer.

- a) Hvor mange bokser trenger Marius for å lage et tårn med 20 etasjer, dersom han stabler bokser på denne måten?

Marius har 400 bokser.

- b) Hvor mange etasjer vil det være i det største tårnet han kan lage?

Maria vil stable bokser som vist i figur 2. I figur 2 har hun et tårn med tre etasjer.

- c) Hvor mange bokser trenger Maria for å lage et tårn med 20 etasjer, dersom hun stabler bokser på denne måten?

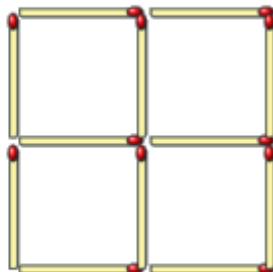
Maria har 4 000 bokser.

- d) Hvor mange etasjer vil det være i det største tårnet hun kan lage?

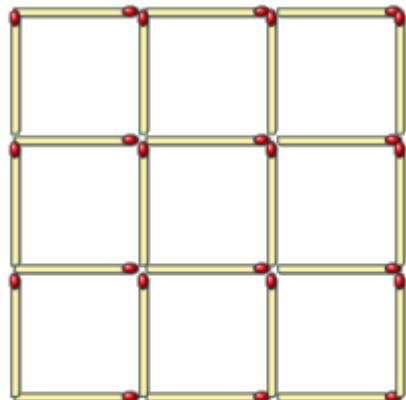
En eksamsoppgave



Figur 1



Figur 2



Figur 3

De tre figurene er laget av fyrstikker.

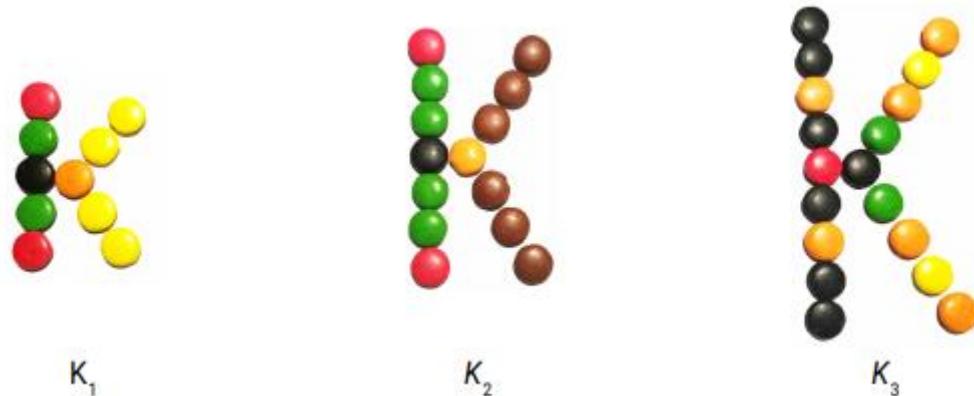
Figur 1 består av ett lite kvadrat, figur 2 består av fire små kvadrater, og figur 3 består av ni små kvadrater.

Tenk deg at du har 10 000 fyrstikker.

Du skal lage de tre figurene, og så fortsette å lage figurer etter samme mønster, én i hver størrelse.

- Hvor mange figurer kan du lage?
- Hvor mange fyrstikker vil du ha igjen når du har laget den siste figuren?

En eksamensoppgave



Kari har brukt Non Stop og laget tre K-er. Se ovenfor. Tenk deg at hun skal fortsette å lage K-er etter samme mønster.

- a) Beskriv mønsteret, og bestem hvor mange Non Stop det vil være i K₄ og i K₅.

Kari ønsker å lage et program som finner antall Non Stop hun trenger for å lage hver av de 20 første K-ene. Hun ønsker også å vite hvor mange Non Stop hun trenger til sammen for å lage alle disse 20 K-ene.

- b) Lag et program som Kari kan bruke.

Du kan for eksempel begynne som vist nedenfor, men legge inn formler i stedet for tallet 1 i linje 14 og 15 slik at den riktige oversikten skrives ut.

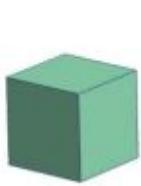
```
1 # Startverdier
2 nonstop_figur = 10
3 nonstop_totalt = 10
4
5 # Overskrifter
6 print("Figurnummer      Non Stop i figur      Non Stop totalt")
7
8
9 for figurnummer in range(1, 21):
10
11     # Skriver ut i tre kolonner ved å bruke tabulatorer sep = "|t|t|t"
12     print(figurnummer, nonstop_figur, nonstop_totalt, sep = "\t\t\t")
13
14     nonstop_figur = 1
15     nonstop_totalt = 1
```

- c) Hvor mange Non Stop trenger Kari til sammen for å lage de første 20 K-ene?

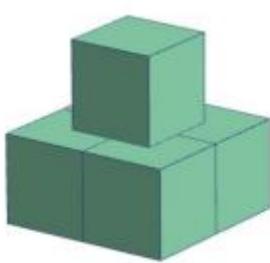
Kari har 2000 Non Stop. Hun vil begynne med K₁ og lage én K i hver størrelse.

- d) Hvor mange K-er kan Kari lage?

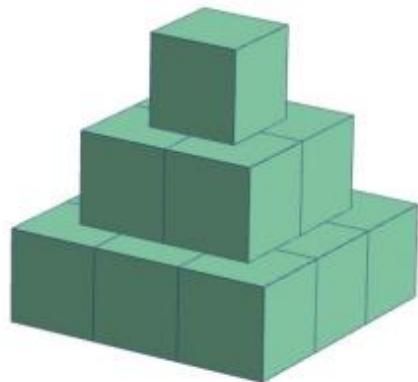
En eksamensoppgave



Figur 1



Figur 2



Figur 3

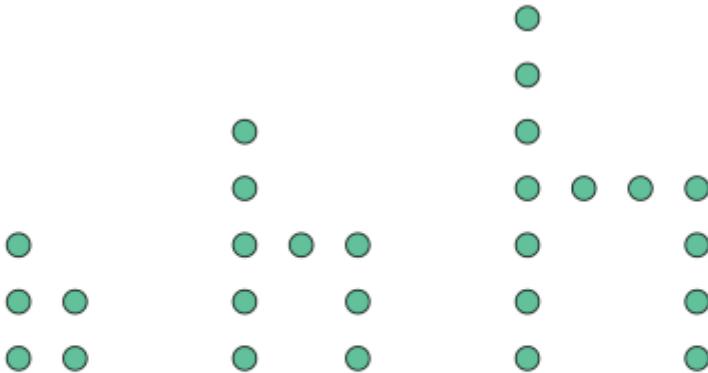
Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små klosser. Roar vil fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- Hvor mange klosser trenger han for å lage figur 5?
- Hvor mange klosser trenger han til sammen for å lage de 10 første figurene?

Roar har 10 000 klosser. Han vil starte med den minste figuren, og lage én figur i hver størrelse.

- Hvor mange figurer kan han lage?
Hvor mange klosser vil han ha igjen når han har laget figurene?

En eksamsoppgave (del 1)



Figur 1

Figur 2

Figur 3

Ovenfor ser du tre figurer. Figurene er satt sammen av små sirkler.
Tenk deg at du skal fortsette å lage figurer etter samme mønster.

- Beskriv mønsteret, og bestem hvor mange små sirkler det vil være i figur 4 og i figur 5.
- Bestem et uttrykk for antall små sirkler i figur n

Løsningsforslag

Oppgave	Svar	Oppgave	Svar
1	a) $F_n = n$ antall prikker b) $F_{10} = 10$ prikker c) 20 prikker = F_{20} d) Ja, programmet vil fungere.	7	a) $F_n = (n - 1)^2$ ant. ruter b) $F_7 = 36$ ruter c) $F_1 = 0$ ruter d) 121 ruter = F_{12} e) $4\ 900$ ruter
2	a) $F_n = 2n$ antall prikker b) $F_{20} = 40$ prikker c) 36 prikker = F_{36} d) Nei. Det må endres til: prikker=prikker+(Fn*2)	8	a) $F_n = n \cdot (n+1)$ ant. ruter = $(n^2 + n)$ ant. ruter b) $F_{100} = 10100$ ruter c) 420 ruter = F_{20} d) $328\ 352$ ruter
3	a) $F_n = n+2$ ant. prikker b) $F_{15} = 17$ prikker c) 52 prikker = F_{25} d) Ja, programmet vil fungere	9	a) $F_n = n \cdot (n-1)$ ant. ruter = $(n^2 - n)$ ant. ruter b) $F_{10} = 90$ ruter c) $F_1 = 0$ ruter d) 182 ruter = F_{14} e) $5\ 200$ ruter
4	a) $F_n = 2n+1$ ant. prikker b) $F_8 = 17$ prikker c) 61 prikker = F_{30} d) Nei. Range må endres til 15	10	a) $F_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}$ ant. prikker = $\frac{n^2 + n}{2}$ b) $F_{50} = 1275$ prikker c) 325 prikker = F_{25} d) Ja, programmet vil fungere.
5	a) $F_n = n^2$ antall ruter b) $F_{12} = 144$ ruter c) 81 ruter = F_9 d) 1240 ruter		
6	a) $F_n = (n + 1)^2$ ant. ruter b) $F_9 = 100$ ruter c) 81 ruter = F_8 d) $10\ 415$ ruter		

Oppgave 11

Finner formelen ved hjelp av regresjon:

$$y = 3x^2 - 3x + 2$$

A	B
Oppgave 11	
Figur nr	Antall klosser
1	2
2	8
3	20
4	38
5	62
6	92
7	128
8	170
9	218
10	272
11	330
12	392
13	458
Sum	1010

A	B
Oppgave 11	
Figur nr	Antall klosser
1	=3*A3^2-3*A3+2
2	=3*A4^2-3*A4+2
3	=3*A5^2-3*A5+2
4	=3*A6^2-3*A6+2
5	=3*A7^2-3*A7+2
6	=3*A8^2-3*A8+2
7	=3*A9^2-3*A9+2
8	=3*A10^2-3*A10+2
9	=3*A11^2-3*A11+2
10	=3*A12^2-3*A12+2
11	
12	
13	=SUMMER(B3:B12)

Oppgave 12

Finner først formelen ved hjelp av regresjon

$$y = 5x + 1$$

A	B
Oppgave 12	
Figur nr	Antall perler
1	6
2	11
3	16
4	21
5	26
45	216
46	221
47	226
48	231
49	236
50	241
51	246
52	251
53	6425
Sum	

A	B
Oppgave 12	
Figur nr	Antall perler
1	=5*A3+1
2	=5*A4+1
3	=5*A5+1
4	=5*A6+1
5	=5*A7+1
45	=5*A45+1
46	=5*A46+1
47	=5*A47+1
48	=5*A48+1
49	=5*A49+1
50	=5*A50+1
51	=5*A51+1
52	=5*A52+1
53	Sum
	=SUMMER(B3:B52)

Radene 8 – 44 er skjult for å spare plass.

Oppgave 13

Finner formelen ved hjelp av regresjon:

$$y = 2x + 8$$

	A	B	C
1	Oppgave 13		
2	Rad nummer	Antall stoler per rad	Sum stoler
3	1	10	10
4	2	12	22
5	3	14	36
6	4	16	52
7	5	18	70
8	6	20	90
9	7	22	112
10	8	24	136
11	9	26	162
12	10	28	190
13	11	30	220
14	12	32	252
15	13	34	286
16	14	36	322
17	15	38	360
18	16	40	400
19	17	42	442
20	18	44	486
21	19	46	532
22	20	48	580

	A	B	C
1	Oppgave 13		
2	Rad nummer	Antall stoler per rad	Sum stoler
3	1	=2*A3+8	=B3
4	2	=2*A4+8	=C3+B4
5	3	=2*A5+8	=C4+B5
6	4	=2*A6+8	=C5+B6
7	5	=2*A7+8	=C6+B7
8	6	=2*A8+8	=C7+B8
9	7	=2*A9+8	=C8+B9
10	8	=2*A10+8	=C9+B10
11	9	=2*A11+8	=C10+B11
12	10	=2*A12+8	=C11+B12
13	11	=2*A13+8	=C12+B13
14	12	=2*A14+8	=C13+B14
15	13	=2*A15+8	=C14+B15
16	14	=2*A16+8	=C15+B16
17	15	=2*A17+8	=C16+B17
18	16	=2*A18+8	=C17+B18
19	17	=2*A19+8	=C18+B19
20	18	=2*A20+8	=C19+B20
21	19	=2*A21+8	=C20+B21
22	20	=2*A22+8	=C21+B22

20 rader gir til sammen 580 sitteplasser

Oppgave 14

Finner formelen ved hjelp av regresjon:

$$y = 3x^2 + 2x + 1$$

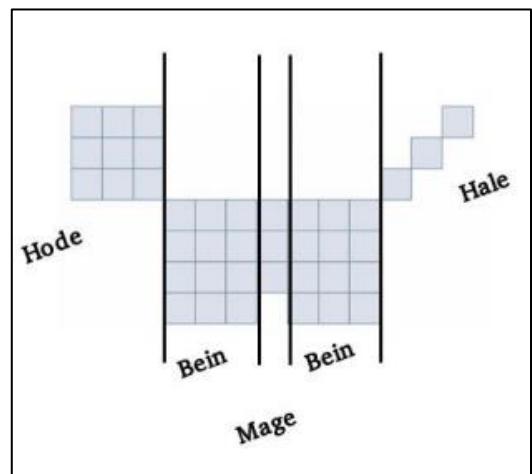
	A	B
1	Oppgave 14	
2	Figur nr	Antall sirkler
3	1	6
4	2	17
5	3	34
6	4	57
7	5	86
8	6	121
96	94	26697
97	95	27266
98	96	27841
99	97	28422
100	98	29009
101	99	29602
102	100	30201
103	Sum	1025250

	A	B
1	Oppgave 14	
2	Figur nr	Antall sirkler
3	1	=3*A3^2+2*A3+1
4	2	=3*A4^2+2*A4+1
5	3	=3*A5^2+2*A5+1
6	4	=3*A6^2+2*A6+1
7	5	=3*A7^2+2*A7+1
8	6	=3*A8^2+2*A8+1
96	94	=3*A96^2+2*A96+1
97	95	=3*A97^2+2*A97+1
98	96	=3*A98^2+2*A98+1
99	97	=3*A99^2+2*A99+1
100	98	=3*A100^2+2*A100+1
101	99	=3*A101^2+2*A101+1
102	100	=3*A102^2+2*A102+1
103	Sum	=SUMMER(B3:B102)

Radene 9 – 95 er skjult for å spare plass

Eksamensoppgave side 165

	A	B	C	D	E	F	81	80	6400	80	80	6480	19520
1	Figur	Hode	Hale	Mage	Bein	Hund	82	81	6561	81	81	6642	20007
2	1	1	1	1	2	7	83	82	6724	82	82	6806	20500
3	2	4	2	2	6	20	84	83	6889	83	83	6972	20999
4	3	9	3	3	12	39	85	84	7056	84	84	7140	21504
5	4	16	4	4	20	64	86	85	7225	85	85	7310	22015
6	5	25	5	5	30	95	87	86	7396	86	86	7482	22532
7	6	36	6	6	42	132	88	87	7569	87	87	7656	23055
8	7	49	7	7	56	175	89	88	7744	88	88	7832	23584
9	8	64	8	8	72	224	90	89	7921	89	89	8010	24119
10	9	81	9	9	90	279	91	90	8100	90	90	8190	24660
11	10	100	10	10	110	340	93	92	8281	91	91	8372	25207
12	11	121	11	11	132	407	94	93	8464	92	92	8556	25760
13	12	144	12	12	156	480	95	94	8649	93	93	8742	26319
14	13	169	13	13	182	559	96	95	8836	94	94	8930	26884
15	14	196	14	14	210	644	97	96	9025	95	95	9120	27455
16	15	225	15	15	240	735	98	97	9216	96	96	9312	28032
17	16	256	16	16	272	832	99	98	9409	97	97	9506	28615
18	17	289	17	17	306	935	100	99	9604	98	98	9702	29204
19	18	324	18	18	342	1044	101	100	9801	99	99	9900	29799
20	19	361	19	19	380	1159	103					SUM	1035250



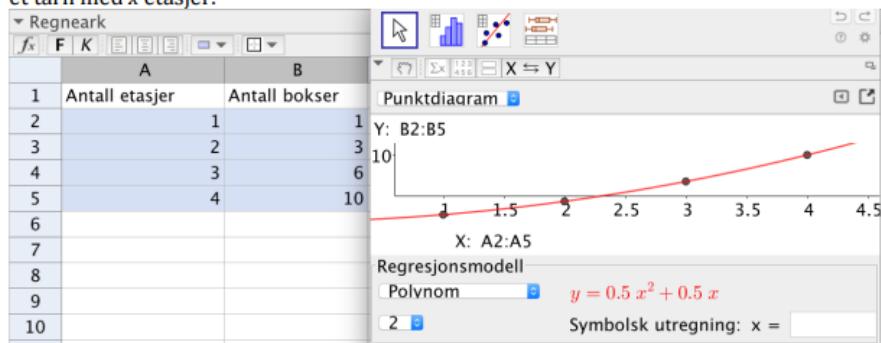
Under er formlene jeg har brukt:

	A	B	C	D	E	F
1	Figur	Hode	Hale	Mage	Bein	Hund
2	1	=A2*A2	=A2	=A2	=A2*(A2+1)	=B2+C2+D2+2*E2
3	2	=A3*A3	=A3	=A3	=A3*(A3+1)	=B3+C3+D3+2*E3
4	3	=A4*A4	=A4	=A4	=A4*(A4+1)	=B4+C4+D4+2*E4
5	4	=A5*A5	=A5	=A5	=A5*(A5+1)	=B5+C5+D5+2*E5
6	5	=A6*A6	=A6	=A6	=A6*(A6+1)	=B6+C6+D6+2*E6
7	6	=A7*A7	=A7	=A7	=A7*(A7+1)	=B7+C7+D7+2*E7
8	7	=A8*A8	=A8	=A8	=A8*(A8+1)	=B8+C8+D8+2*E8
9	8	=A9*A9	=A9	=A9	=A9*(A9+1)	=B9+C9+D9+2*E9
10	9	=A10*A10	=A10	=A10	=A10*(A10+1)	=B10+C10+D10+2*E10
100	99	=A100*A100	=A100	=A100	=A100*(A100+1)	=B100+C100+D100+2*E100
101	100	=A101*A101	=A101	=A101	=A101*(A101+1)	=B101+C101+D101+2*E101
102					SUM	=SUMMER(F2:F101)
103						

Jeg trenger 1 035 250 kvadrater for å lage de 100 første hundene.

Eksamensoppgave side 166

- a) Bruker regresjonsanalyse i GeoGebra til å bestemme et uttrykk for antall bokser i et tårn med x etasjer.



Ser at antall bokser i et tårn med x etasjer er $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$.

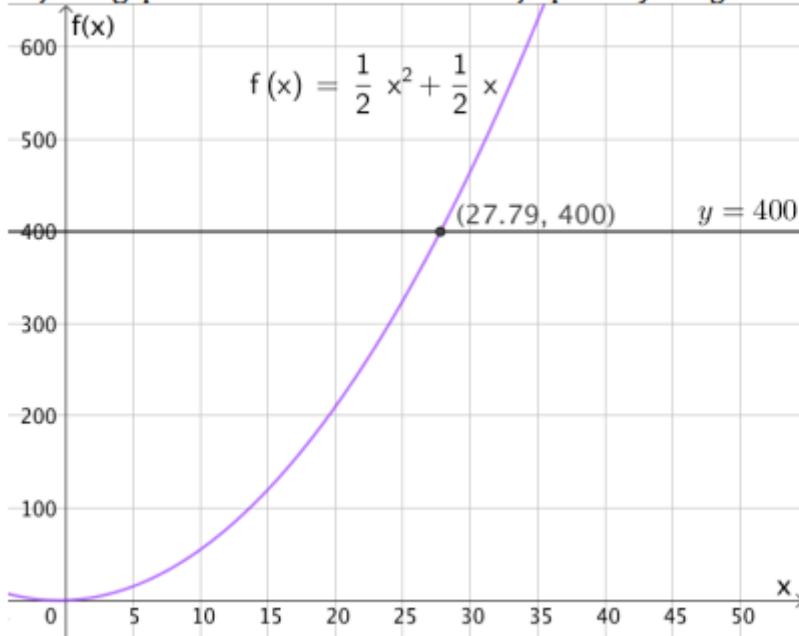
Finner antall bokser i et tårn med 20 etasjer:

$$y = 0.5x^2 + 0.5x$$

$$\text{Symbolisk utregning: } x = 20 \quad y = 210$$

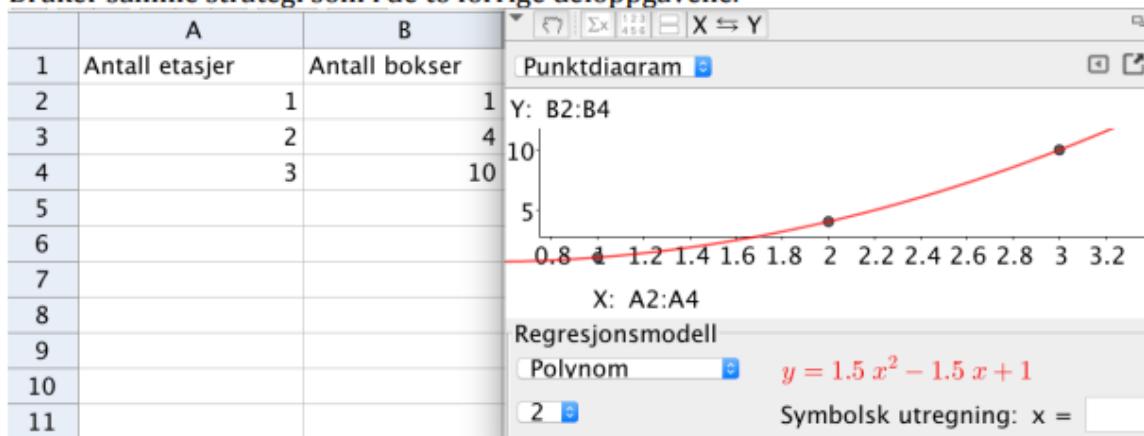
Marius trenger 210 bokser for å lage et tårn med 20 etasjer.

- b) Tegner grafen til $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x$ sammen med linja $y = 400$ og bestemmer skjæringspunktet mellom disse ved hjelp av *skjæring mellom to objekt*.



Det største tårnet Marius kan lage er et tårn med 27 etasjer.

- c) Bruker samme strategi som i de to forrige deloppgavene.



I et tårn med x etasjer vil det være $\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ bokser.

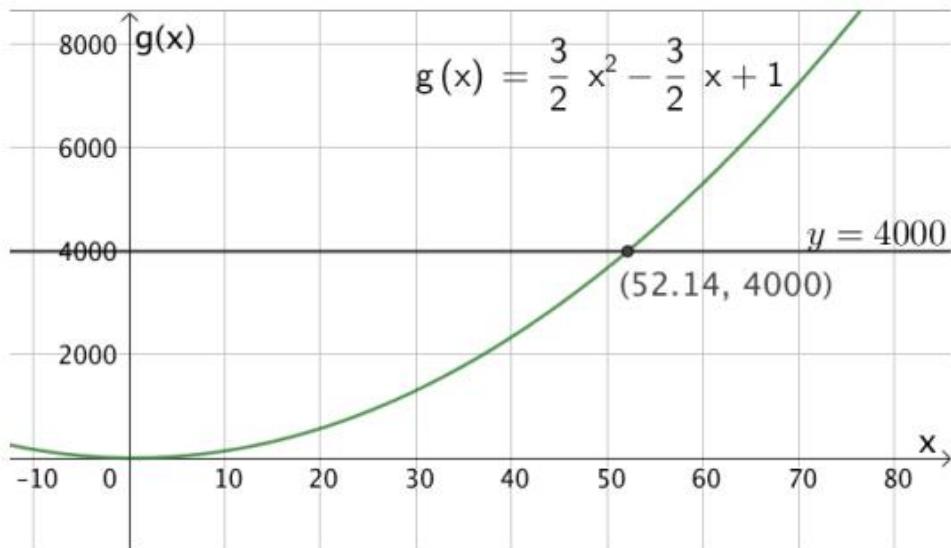
Finner antall bokser i et tårn med 20 etasjer:

$$y = 1.5x^2 - 1.5x + 1$$

Symbolsk utregning: $x = 20$ $y = 571$

Maria trenger 571 bokser om hun skal stable et tårn med 20 etasjer.

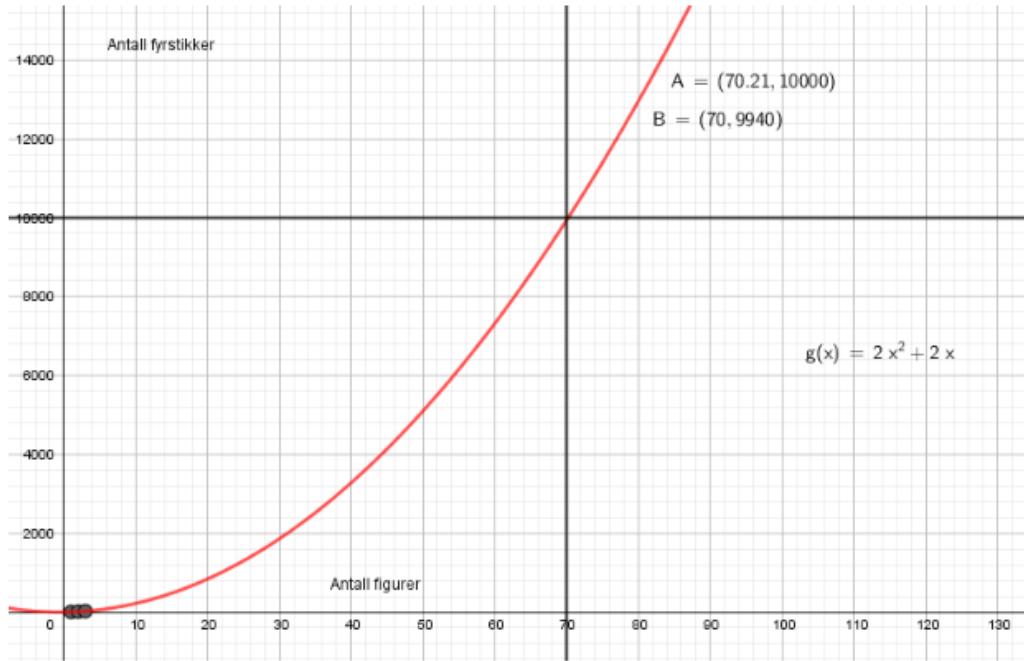
- d) Tegner grafen til $g(x) = \frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 1$ sammen med linja $y = 4000$ og finner skjæringspunktet mellom disse ved hjelp av *skjæring mellom to objekt*.



Det største tårnet Maria kan lage vil ha 52 etasjer.

Eksamensoppgave side 167

a)



Bruker regresjon, finner et funksjonsuttrykk og ser at man kan lage 70 figurer.

b)

Man får 60 fyrtikker tilovers.

Eksamensoppgave side 168

- a) Teller opp antall Non Stop i hver figur, og ser at dette øker med 4 hver gang man lager den neste figuren.
Det er 18 Non Stopp i K_3 , så da er det bare å følge mønsteret for de to neste figurene.

Det er 22 Non Stop i K_4 og 26 Non Stop i K_5 .

```
1 # Startverdier
2 nonstop_figur = 10
3 nonstop_totalt = 10
4
5 # Overskrifter
6 print("Figurnummer           Non Stop i figur           Non Stop totalt")
7
8
9 for figurnummer in range(1,21):
10
11     # Skriver ut tre kolonner ved å bruke tabulatorer sep = "\t\t\t"
12     print(figurnummer, nonstop_figur, nonstop_totalt, sep = "\t\t\t")
13
14     nonstop_figur = nonstop_figur + 4
15     nonstop_totalt = nonstop_totalt + nonstop_figur
```

Figurnummer	Non Stop i figur	Non Stop totalt
1	10	10
2	14	24
3	18	42
4	22	64
5	26	90
6	30	120
7	34	154
8	38	192
9	42	234
10	46	280
11	50	330
12	54	384
13	58	442
14	62	504
15	66	570
16	70	640
17	74	714
18	78	792
19	82	874
20	86	960

- c) Leser av utskriften fra programmet over.
Kari trenger 960 Non Stop til sammen for å lage de 20 første K-ene.

NB! Denne deloppgaven kan løses ved hjelp av for eksempel regneark eller ved å bestemme en modell ved hjelp av lineær regresjon, dersom man ikke klarer å lage programmet.

d) *(Kan også løses ved hjelp av regneark, men jeg fortsetter med program).*

Her er det mulig å bare utvide "rangen" og kjøre programmet for hver gang. Til slutt vil man se at antall Non Stop Kari trenger overstiger 2000, og da ha man funnet ut hvor mange K-er hun kan lage.

Jeg velger likevel å endre programmet litt, slik at det gir meg dette antallet direkte. Bruker en *while-løkke* som kjører så lenge totalen er mindre eller lik 2000.

```
1 # Startverdier
2 nonstop_figur = 10
3 nonstop_totalt = 10
4
5 # Overskrifter
6 print("Antall figurer")
7
8 antall_figurer = 1
9
10 while nonstop_totalt <= 2000:
11
12     nonstop_figur = nonstop_figur + 4
13     nonstop_totalt = nonstop_totalt + nonstop_figur
14     antall_figurer = antall_figurer + 1
15
16 #Løkker til kjøre så lenge totalen er mindre eller lik 2000, så blir en runde for mye.
17 #Derfor trekker vi fra i fra antall runder for å få riktig antall figurer
18 print(antall_figurer - 1)
19
20
```

Antall figurer
29

Kari kan lage 29 K-er.

Eksamensoppgave side 169

a) Antall klosser i figur 5 vil være summen av de fem første kvadrattallene.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 = 55$$

Roar trenger 55 klosser for å lage figur 5.

b) Lager et regneark med oversikt:

A	B
Figurnummer	Antall klosser i figur
1	1
2	5
3	14
4	30
5	55
6	91
7	140
8	204
9	285
10	385
11	
12	Sum
13	1210

Formler:

A	B
Figurnummer	Antall klosser i figur
1	=A2*A2
2	=A3*A3+B2
3	=A4*A4+B3
4	=A5*A5+B4
5	=A6*A6+B5
6	=A7*A7+B6
7	=A8*A8+B7
8	=A9*A9+B8
9	=A10*A10+B9
10	=A11*A11+B10
11	
12	Sum =SUMMER(B2:B11)
13	

Roar trenger 1210 klosser til sammen for å lage de 10 første figurene.

c) Utvider regnearket fra forrige deloppgave:

Formler

	A	B	C
1	Figurnummer	Antall klosser i figur	Klosser totalt
2	1	1	1
3	2	5	6
4	3	14	20
5	4	30	50
6	5	55	105
7	6	91	196
8	7	140	336
9	8	204	540
10	9	285	825
11	10	385	1210
12	11	506	1716
13	12	650	2366
14	13	819	3185
15	14	1015	4200
16	15	1240	5440
17	16	1496	6936
18	17	1785	8721
19	18	2109	10830

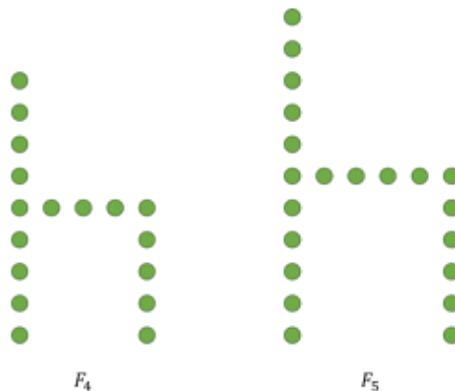
	A	B	C
1	Figurnummer	Antall klosser i figur	Klosser totalt
2	1	=A2*A2	=B2
3	2	=A3*A3+B2	=C2+B3
4	3	=A4*A4+B3	=C3+B4
5	4	=A5*A5+B4	=C4+B5
6	5	=A6*A6+B5	=C5+B6
7	6	=A7*A7+B6	=C6+B7
8	7	=A8*A8+B7	=C7+B8
9	8	=A9*A9+B8	=C8+B9
10	9	=A10*A10+B9	=C9+B10
11	10	=A11*A11+B10	=C10+B11
12	11	=A12*A12+B11	=C11+B12
13	12	=A13*A13+B12	=C12+B13
14	13	=A14*A14+B13	=C13+B14
15	14	=A15*A15+B14	=C14+B15
16	15	=A16*A16+B15	=C15+B16
17	16	=A17*A17+B16	=C16+B17
18	17	=A18*A18+B17	=C17+B18
19	18	=A19*A19+B18	=C18+B19

$$10000 - 8721 = 1279$$

Roar kan lage 17 klosser. Da vil han ha 1279 klosser til overs.

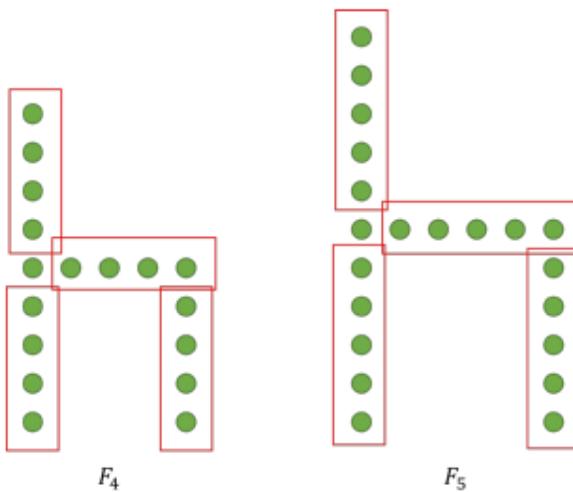
Eksamensoppgave side 170

- a) For å beskrive mønsteret og finne antall sirkler i figurene F_4 og F_5 så kan vi tegne de to figurene:



Vi ser da at det må være 17 sirkler i figur 4 og 21 sirkler i figur 5. Et annet mønster som kan beskrives er at hver figur vokser med 4 sirkler, så man trenger nødvendigvis ikke å tegne figurene.

- b) For å bestemme et uttrykk for figurene kan det hjelpe å bryte ned figurene i mindre deler. Om vi ser på eksempelvis figur 4 og 5, kan vi se at selve figurtallet gjentar seg flere steder i figurene:



Det er altså 4 grupper med n sirkler i hver figur i tillegg til én ekstra sirkel. Dette gir oss formelen:

$$F_n = 4n + 1$$